ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 15 JUIN 1942.

PRÉSIDENCE DE M. Ernest ESCLANGON.

MEMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

MÉCANIQUE. — *Remarques sur les vitesses critiques et la stabilité séculaire des systèmes à variable cachée.* Note de M. **Émile Jouguet.**

1. La présente Note complète une Note antérieure [1]. Nous y considérons, avec les mêmes notations, les mêmes systèmes matériels définis par n variables q et par un angle r qui peut être dit *caché*. Mais nous introduirons les hypothèses classiques des petits mouvements. Nous étudierons donc les petites oscillations $q=a+\varepsilon$, $r'=\omega+\zeta$, $x=\xi$, autour d'un régime (R)a, ω, ξ, en supposant que la différentielle seconde de la fonction $\mathrm{J}+\mathrm{V}$ des ε est une forme quadrique décomposable en n carrés indépendants.

2. Les équations correspondant aux q sont les mêmes [2] que celles d'un système soumis à un potentiel et à des forces gyroscopiques. Il en résulte que les équations linéaires des ε peuvent, par un changement de variables linéaires portant sur les ε et non sur r, être mises sous la forme

$$(1)\qquad \varepsilon_i''+\Sigma b_{ij}\varepsilon_j'+h_i\varepsilon_i=0, \qquad \text{avec}\quad b_{ii}=0, \qquad b_{ij}=-b_{ji}.$$

Les h et les b dépendent du régime (R), caractérisé lui-même par la vitesse angulaire ω. L'équation caractéristique de (1) est paire et son dernier terme est $h_1, \ldots, h_n$. S'il y a stabilité, ses racines sont de la forme $\pm i\mathrm{F}(\omega)$ et $\mathrm{F}(\omega)$ est une pulsation des petits mouvements. Il y aura résonance avec une force perturbatrice ayant la période de la rotation ou avec quelqu'un de ses harmoniques si

$$(2)\qquad \mathrm{F}(\omega)=p\omega \qquad (p \text{ entier}),$$

(2) donnera des vitesses critiques de résonance de divers rangs. Les vitesses critiques d'indétermination sont aussi données par (r), mais avec $p=0$: ce sont des vitesses de résonance de rang 0.

Il y a stabilité séculaire quand tous les h sont positifs. Les valeurs de ω pour lesquelles la stabilité séculaire disparaît rendent un des h infini ou nul et sont ainsi des vitesses critiques d'impossibilité ou d'indétermination.

---

[1] *Comptes rendus*, 207, 1938, p. 649.

[2] *Bull. Soc. math. de France*, 58, 1930, p. 39.

3. Faisons maintenant le changement de variables suivant portant à la fois sur les ε et sur r

$$\chi_i = \Sigma\varepsilon_j f_{ij}(r), \qquad \rho = r + \Sigma\varepsilon_l g_l(r), \tag{3}$$

les f, g étant périodiques de période 2π et développables en séries de Fourier. Si (R) est stable, les ε sont des sommes de sinus et de cosinus affectés de coefficients petits et, au second ordre près, $r = \omega t$. Les χ sont des sommes limitées ou illimitées de termes en sin $[F(\omega) \pm m\omega]t$ et cos $[F(\omega) \pm m\omega]t$. La variable ρ n'est pas forcément une variable cachée : si elle l'est, les χ sont des sommes limitées.

Ce nouveau mode de repérage conduit à envisager les vitesses critiques données par $F(\omega) \pm m\omega = p\omega$, équation coïncidant avec (2). Si donc on ne se borne pas aux résonances de premier rang, le changement de variables (3) ne change pas les vitesses critiques, mais il change le rang des résonances comme parfois le mode de stabilité. De ce point de vue, il est possible d'envisager les vitesses critiques d'indétermination (résonance d'ordre 0) comme des vitesses critiques de véritable résonance pour une variable convenable.

4. En faisant varier p dans (2), on trouve tout un cortège de vitesses critiques, correspondant toutes à la même élasticité du système. Il ne faut pas les confondre avec les vitesses critiques des divers ordres, correspondant, par exemple, pour un arbre susceptible de fléchir, à des déformations, donc à des élasticités différentes. Le problème de l'article 6 est une étude schématique des arbres flexibles. On y obtiendrait les vitesses critiques des divers ordres en changeant la force de rappel du disque. A chacune correspond un cortège de vitesses critiques secondaires qui sont celles que nous envisageons ici.

Pour trouver, dans tout ce cortège, les vitesses critiques intéressantes, il faut rechercher la pulsation des forces perturbatrices susceptibles de se présenter. Il peut arriver d'ailleurs qu'une force perturbatrice d'une certaine pulsation n'éveille pas la résonance correspondante, si elle a une certaine forme.

5. *Gyroscope.* — Soit le gyroscope dormant avec centre de gravité au-dessous du point de suspension, étudié comme dans notre Note antérieure. Avec le second mode de repérage de cette Note, la stabilité est séculaire ou ordinaire suivant que ω est inférieur ou supérieur à $\sqrt{Mgl/(E-1)}$. Le cortège des vitesses critiques est le suivant : il comprend naturellement la vitesse critique signalée par Gibrat [3]

Résonance de rang...	0.	1.			2.			3.		
ω....	$\sqrt{\frac{Mgl}{E-1}}$	$\sqrt{\frac{Mgl}{2(2E-1)}}$	$\sqrt{\frac{Mgl}{E+1}}$	et	$\sqrt{\frac{Mgl}{3(3E-1)}}$			$\sqrt{\frac{Mgl}{2(2E+1)}}$	et	$\sqrt{\frac{Mgl}{4(4E-1)}}$

(3) *Comptes rendus*, 196, 1933, p. 246.

Appliquons une force perturbatrice dont le moment par rapport à o soit Γ, situé dans le plan $y_2 z_2$, lequel, en régime, coïncide avec $X_2 Y_2$. On démontre facilement les résultats suivants. Γ étant fixe en direction absolue, s'il est constant, aucune résonance n'est excitée; s'il vaut $\gamma \cos \omega t$, il excite la résonance de rang 1.

Avec le premier mode de repérage de notre Note antérieure, la stabilité est toujours séculaire. Le cortège des vitesses critiques comprend les mêmes valeurs que ci-dessus, mais classées autrement :

Résonance de rang...	0.	1.	2.	3.
ω....	Néant	$\sqrt{\frac{Mgl}{E-I}}$ et $\sqrt{\frac{Mgl}{E+I}}$	$\sqrt{\frac{Mgl}{2(2E-I)}}$ et $\sqrt{\frac{Mgl}{2(2E+I)}}$	$\sqrt{\frac{Mgl}{3(3E-I)}}$ et $\sqrt{\frac{Mgl}{3(3E+I)}}$

On retrouve facilement, pour l'effet des couples perturbateurs, les résultats ci-dessus.

6. *Rotor de turbine.* — Soit le problème du rotor de turbine, étudié comme dans notre Note précitée. Il comporte une vitesse critique d'impossibilité $\omega = \Omega$, qui est une vitesse limite de stabilité séculaire. Pour le cortège des vitesses critiques secondaires, nous le calculerons en conservant dans les formules les premières puissances de e supposé petit, approximation inutile au point de vue du calcul pratique, mais intéressante pour montrer que certaines vitesses critiques, pratiquement confondues, sont en réalité distinctes.

Résonance de rang...	0.	1.	2.	3.
ω...	$\Omega\left[1+\frac{1}{2}\left(\frac{4Me^2}{I}\right)^{\frac{1}{3}}\right]$	$\frac{\Omega}{2}\left(1+\frac{Me^2}{I}\right)$	$\frac{\Omega}{3}\left(1+\frac{9}{16}\frac{Me^2}{I}\right)$ et $\Omega\left(1-\frac{1}{16}\frac{Me^2}{I}\right)$	$\frac{\Omega}{2}\left(1+\frac{1}{9}\frac{Me^2}{I}\right)$ et $\frac{\Omega}{4}\left(1+\frac{4}{9}\frac{Me^2}{I}\right)$

On sait que le poids propre du rotor donne lieu à des perturbations pour ω voisin de $\Omega/2$. C'est en effet ce qu'on trouve quand on introduit dans les équations les termes contenant le poids : ces termes excitent la résonance de rang 1. Toutefois, il n'y a pas d'excitation si e est rigoureusement nul.

7. *Automobiles.* — Dans le problème des oscillations de l'essieu d'avant des automobiles, étudié par S. de Lavaud ([4]), on trouve, à côté des vitesses critiques principales signalées par cet auteur, des vitesses critiques secondaires plus faibles.

([4]) *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 1636.

BOTANIQUE APPLIQUÉE. — *Sur la comestibilité des bulbes de* Muscari comosum (*L.*) *Miller provenant du Maroc*. Note de M. **Auguste Chevalier.**

On a mis récemment en vente sur le marché de Paris de petits bulbes provenant de l'Afrique du Nord, désignés sous le nom d'*oignons du Maroc*, qui n'avaient aucun rapport avec les bulbes de nos oignons potagers (*Allium cepa, A. ascalonicum*). Le Service des Fraudes en aurait proscrit la vente aux Halles, du moins sous ce nom. La quantité importée était considérable : on nous a parlé de plusieurs centaines de tonnes. Des spécimens de ces bulbes nous furent soumis pour en faire l'identification et pour rechercher s'ils pouvaient trouver un emploi, dans l'état actuel de notre ravitaillement, déficient en toutes sortes de matières premières.

En les comparant avec les bulbes de diverses Liliacées cultivées dans l'École botanique du Muséum d'Histoire naturelle, il nous fut facile d'établir leur identité avec une Liliacée-Scillée, *Muscari comosum* (L.) Miller, plante qui se rencontre parfois dans les champs et les jachères des environs de Paris, mais est particulièrement répandue dans la région méditerranéenne. Elle pullule dans les moissons de l'Algérie et du Maroc, et il paraît que des bulbes de cette plante étaient exportés de ce dernier pays vers les États-Unis, en assez grande quantité, avant la guerre actuelle.

Nous avons recherché dans la littérature si ces oignons avaient eu dans le passé quelque emploi. Depuis l'antiquité ils sont utilisés en Grèce, dans le Sud de l'Italie et dans l'Afrique du Nord pour l'usage alimentaire. C'est le *Bolbos* des Grecs anciens et modernes. Dioscoride en parle comme d'une nourriture saine et estimée. Ce sont probablement ces oignons que Pline range dans les Scilles. « Il en est même « écrit-il » que l'on mange crus, par exemple les bulbes de la Chersonèse Taurique, remarquables par la douceur. Après ceux-là on estime le plus ceux d'Afrique, puis ceux d'Apulie. » (*Hist. nat.*, lib. XIX, § 30). De nos jours les Arabo-Berbères d'Algérie nomment la plante *Beçol ed Dib* et en font aussi usage.

Cependant, dans un ouvrage paru il y a quelques années, M. D. Bois, après avoir conseillé de faire macérer les bulbes longtemps dans le vinaigre pour atténuer le goût amer, ajoute : « la dégustation que nous avons faite de ces bulbes ne nous a pas donné le désir de recommencer : malgré une cuisson prolongée, l'amertume est restée très grande et on a dû les rejeter. » Il est possible du reste que les bulbes de la même espèce, développés aux environs de Paris ou en d'autres lieux, n'aient pas les mêmes propriétés que ceux de l'Afrique du Nord. En France, il ne semble pas qu'on ait utilisé cette plante, même en temps de famine, alors qu'au contraire on mange parfois les bulbes de la Scille des bois (*Endymion nutans*) et ceux des Ornithogales, autre Liliacée indigène.

En ce qui nous concerne, après des tâtonnements, nous avons pu préparer les bulbes de *Muscari comosum* provenant du Maroc, les consommer en assez grande quantité plusieurs jours de suite et constater que, sans être un mets délectable, ils constituent cependant un aliment satisfaisant, nullement à dédaigner en cette période.

Ces bulbes du commerce sont ovoïdes, du poids de 15 à 50^{g} (poids moyen 30^{g}). Coupés à l'état frais, ils laissent exsuder, surtout à la base des tuniques, près de leur insertion sur le plateau, un abondant mucilage clair, très épais, gluant et non amer. Ce mucilage pourrait sans doute être employé, comme le mucilage d'algues, pour la fabrication de fausses huiles convenant à l'assaisonnement des salades. Une coupe transversale examinée au microscope montre que toutes les cellules parenchymateuses des tuniques sont bourrées de gros grains d'amidon subsphériques; d'autres cellules en petit nombre contiennent des paquets de raphides en aiguilles fines d'oxalate de calcium. Les cellules du plateau sont aussi remplies d'amidon, mais en grains beaucoup plus petits; elles contiennent en outre une substance amère non identifiée qui n'existe pas dans les écailles ou s'y trouve en très petite quantité.

M. Charles Sannié et M. Frèrejacque, à qui nous avons confié des bulbes de ce *Muscari*, ont pu y déceler la présence de traces de saponine; toutefois celle-ci existe en trop faible quantité pour que les bulbes soient toxiques.

Ces bulbes ont une valeur alimentaire réelle et peuvent, estimons-nous, être consommés sans danger. Pour leur enlever leur amertume, il suffit de les évider à la base avec la pointe d'un couteau pour faire disparaître les tissus du plateau (ou culot); on enlève ensuite la pelure externe et on ne laisse que la partie charnue de l'oignon. Celui-ci est coupé ensuite en quartiers et l'on fait cuire dans une petite quantité d'eau salée pendant environ une demi-heure. L'eau de cuisson est ensuite rejetée et nos oignons en fragments, étant égouttés, sont de nouveau mis sur le feu pendant quelques minutes avec un peu de beurre et de farine. On peut les consommer ainsi chauds ou réduits en purée. Cette préparation a une saveur *sui generis* non désagréable et à peine amère. On peut aussi laisser refroidir la préparation et l'assaisonner à la vinaigrette. Ainsi préparé, la saveur du bulbe de *Muscari* rappelle assez celle des pointes d'asperges, mais, grâce à l'abondance de l'amidon, ce plat est plus nutritif.

En résumé, les bulbes de *Muscari comosum* du Maroc constituent un aliment très acceptable que l'on ne doit pas dédaigner dans la période actuelle; leur mucilage peut aussi être utilisé pour servir d'assaisonnement aux salades.

CYTOLOGIE. — *Le* pronucléole *et le nucléole dans leurs rapports avec un* Chromosome Nlg *dans la spermatogénèse des Lombricidés.* Note ([1]) de M. **Édouard Chatton** et M[lle] **Odette Tuzet.**

Chez les Lombriciens, comme en général, le nucléole disparaît des noyaux de la lignée séminale avant la maturation. Nous avons signalé ([2]) que, chez une minorité d'individus de *Lumbricus herculeus* et d'*Allolobophora chlorotica*, il existe jusque dans les spermatides. Parmi ces individus il en est où le nucléole est résorbé précocement au cours de la spermiogénèse dans toutes ces cellules et d'autres, plus rares, où il se conserve dans 50 % d'entre elles pour en être, à son terme, rejeté en bloc. Quel est le mécanisme dont dépendent, dans ce dernier cas, sa résorption d'une part, et sa persistance d'autre part dans un nombre égal d'éléments séminaux? Étant donné que le nucléole est présent dans toutes les jeunes spermatides, il ne peut s'agir ici d'un mécanisme analogue à celui qui détermine la parité numérique des spermies pourvues d'un chromosome sexuel et de celles qui en sont dépourvues. Au reste le nucléole ne se comporte pas comme un chromosome puisqu'il ne se divise pas à la mitose : il est rejeté à chaque métaphase et est régénéré par chaque noyau fils à l'extrême télophase.

Suivant une série d'observations récentes, dont les plus significatives sont celles de Heitz (1931, 1933) et de Mac Clintock (1934), le nucléole serait élaboré par un chromosome. Mais il est des auteurs (M. S. Gardiner, 1935) pour s'opposer à cette conception et pour considérer ce corps comme une simple masse de réserve protidique autonome. Les deux thèses ne paraissent cependant pas contradictoires.

En poursuivant l'étude du nucléole des Lombriciens sans connaître encore les travaux ci-dessus, nous avons observé l'existence dans le noyau des huit espèces à notre disposition, d'une formation qui a, d'une part, des rapports avec un des chromosomes et, d'autre part, avec le nucléole : nous l'appelons la *coiffe chromosomienne* ou le *pronucléole*, et désignons le chromosome qui la porte par le symbole *Nlg*. C'est une cupule de 1μ de diamètre, sertie sur l'extrémité d'un chromosome, et affectant avec lui les mêmes rapports que montre une coiffe végétale avec sa radicelle. Elle a exactement la colorabilité du nucléole et les variations de cette colorabilité. C'est dans les auxocytes, au stade pachytène, qu'elle s'observe le mieux, mais on la voit aussi aux autres stades de la prophase, y compris celui des tétrades où elle est attachée à l'une d'elles. On perd sa trace à la métaphase. On la distingue aussi dans les gonies au repos et en prophase, mais non en métaphase. On ne la voit plus sous sa forme caractéristique dans les spermatides.

([1]) Séance du 8 juin 1942.

([2]) *Comptes rendus*, **214**, 1942, p. 894.

Sauf chez de rares individus, où un nombre variable de noyaux la montrent double, elle est unique. Ceci est paradoxal puisque les noyaux sont disploïdes et qu'ils contiennent le partenaire du chromosome *Nlg*. Dans les gonies de toutes les espèces, elle coexiste avec le nucléole (et avec les pseudonucléoles quand il y en a). Dans les auxocytes normaux, anucléolés, elle existe seule. C'est là qu'on peut se rendre compte d'un fait important : dans la grande majorité des cytes d'un même agrégat, la coiffe présente avec le chromosome *Nlg* les rapports ci-dessus décrits. Mais il y a souvent d'autres cytes où elle se détache de son chromosome et prend la place périphérique et la forme sphérique du nucléole tout en conservant ses autres caractéristiques. Elle emporte, en l'englobant, un peu de la substance chromosomienne, reconnaissable à sa cyanophilie quand la coiffe est érytrophile. Dans ces noyaux il n'y a plus de trace de coiffe chromosomienne en place. Elle est donc capable de se transformer en nucléole en se détachant. On assiste à ce processus lors de la régénération télophasique des nucléoles.

Nous avons dit plus haut qu'on ne voit plus la coiffe dans les spermatides. Mais, chez les espèces où elle est normalement le plus développée, dans les gonies et dans les auxocytes (*Allolobophora chlorotica*, *Octolasium complanatum*), il y a, dans les spermatides jeunes, un petit nucléole central. Nous pensons qu'il représente la coiffe détachée de son chromosome.

Quand, dans certains individus de *L. herculeus* et d'*A. chlorotica*, les auxocytes sont pourvus d'un gros nucléole, la coiffe coexiste avec celui-ci. Chez ces Lombrics, la substance nucléolaire est élaborés en excédent. Elle se détache du chromosome sous forme d'un nucléole autonome, tandis que le chromosome *Nlg* produit une nouvelle coiffe. Le nucléole conserve ici son caractère d'organe de réserve de *linine* ou de *pyrénine*. Cette mise en réserve présente dans les spermatides les degrés divers d'importance et de durée que nous avons signalés dans notre Note du 8 juin 1942. La notion de cette fonction du nucléole se concilie, on le voit, avec celle de la génèse chromosomienne.

Cette génèse s'effectue chez les Lombriciens à partir d'un segment terminal et non, comme chez la Drosophile ou le Maïs, à partir d'un segment intercalaire du chromosome, et ce segment n'est pas séparé du reste par une constriction. Ceci nous interdit de dénommer ce chromosome, comme l'a fait Heitz (1931), *Sat chromosome* (chromosome à segment dépourvu d'acide thymonucléique), et nous amène à l'appeler simplement *chromosome nucléoligène* (chromosome *Nlg*). La disparition de la coiffe ne laisse pas ici de corpuscule permanent comparable à l'*organisateur du nucléole* de Mac Clintock. Elle est elle-même le futur nucléole. C'est pourquoi nous l'appelons *pronucléole*. Ce pronucléole diffère encore de l'*organisateur nucléolaire* par le fait qu'il est généralement unique dans le noyau. Il faut en conclure que le partenaire du chromosome *Nlg* n'élabore pas de pronucléole.

Cette particularité conduit à un essai d'explication de la production de

spermatides nucléolées et de spermatides anucléolées en parité numérique. Le métabolisme ne peut en être responsable; il affecterait toutes les spermatides au même degré si celles-ci n'étaient pas génétiquement différentes. En quoi peut consister cette différence? Si l'on admet que, dans nos Lombrics, comme dans les hybrides de *Zea mays* étudiés par Mac Clintock (1934), les deux chromosomes partenaires *Nlg* sont inégalement capables d'élaborer la substance nucléolaire et que, chez le moins capable, cette capacité est inhibée quand il est en présence du plus capable (notion proche de celle de dominance), on a l'explication de ces trois particularités caractéristiques de l'évolution du nucléole dans le cas qui nous occupe : 1° dans les cellules diploïdes (gonies, cytes), il n'y a généralement qu'un des chromosomes du couple *Nlg* qui élabore le pronucléole ; 2° dès que les deux partenaires sont dans des noyaux différents, ils élaborent des nucléoles quantitativement égaux dont l'importance dépend du métabolisme. C'est ce qui se passe dans les spermatides; 3° mais sous leur apparente équivalence ces nucléoles doivent être qualitativement différents. Les uns, procédant d'un des chromosomes *Nlg*, résistent, tandis que ceux issus de l'autre ne résistent pas à la lyse nucléolaire qui, chez tous les individus à spermatides nucléolées, intervient au début de l'allongement de ces éléments. On peut dire qu'il y a chez les Lombriciens des homozygotes et des hétérozygotes pour la stabilité nucléolaire. Jusqu'ici les hétérozygotes n'ont été observés (10 *L. herculeus* sur 65 à Banyuls) que pour une stabilité dépassant la moyenne.

ÉLECTROSTATIQUE. — *L'arrangement que prennent des particules flottant sur du mercure sous l'influence d'un champ électrique*. Note de M. **Henri Devaux**.

Quand on répand des particules à la surface d'un liquide comme le mercure, sans garnir entièrement cette surface, on constate que ces grains flottants s'unissent en paquets irréguliers qui constituent de véritables dendrites, ou bien arrivent à se coller aux bords de la cuve, et ceci par de simples actions capillaires. J'ai pensé qu'il serait intéressant d'exposer de telles couches discontinues à l'action d'un champ électrique capable de les attirer dans leur ensemble, mais aussi de provoquer en même temps leur répulsion réciproque par suite de l'acquisition d'une charge électrique par influence.

J'ai choisi tout d'abord des graines comme particules ayant à peu près des dimensions égales dans une espèce déterminée. Un lot d'une centaine de graines de moutarde est déposé sur une surface de mercure récemment nettoyée. On voit aussitôt ces graines, d'abord dispersées, se réunir en petits paquets des plus irréguliers. Pour électriser la nappe ainsi produite, j'ai employé une simple feuille de papier chauffée par un radiateur électrique et frottée sur du drap. La feuille ainsi électrisée est alors amenée au-dessus du

mercure à 10^{cm} environ de hauteur. On voit aussitôt les paquets de graines se disloquer tout en se concentrant au-dessous de la feuille de papier. Les graines les plus éloignées accourent de plus en plus vite pour se joindre à l'ensemble, et le tout constitue bientôt une nappe à peu près circulaire, bien limitée, dans laquelle les grains sont tous à distances à peu près égales les uns des autres, mais rangés en lignes régulières inclinées à peu près 60° les unes sur les autres : chaque grain est le centre d'un hexagone de six autres grains.

Quand le nombre des graines est inférieur à 100, elles forment des figures en général régulières comprenant un petit nombre de cycles. Les configurations ainsi obtenues sont intéressantes à comparer avec celles que l'on attribue aux atomes, malgré les grandes différences des types ainsi comparés. Elles peuvent aussi éclairer la constitution pseudo-cristalline des liquides, spécialement des solutions électrolytiques. Mais c'est surtout du côté des cellules vivantes, de l'arrangement des chromosomes au moment de la formation de la plaque nucléaire, que l'on rencontre les ressemblances les plus frappantes avec les nappes de graines arrangées par un champ électrique. Une prochaine publication donnera des détails et des précisions sur les faits annoncés dans cette courte Note.

NOMINATIONS.

M. **Bernard Lyot** est désigné pour faire une *Lecture* dans la séance annuelle des cinq Académies, le 26 octobre 1942.

ÉLECTIONS.

M. **R. Bourgeois**, pour la Division des Sciences mathématiques; M. **L. Bouvier**, pour la Division des Sciences physiques; M. **M. de Broglie**, pour la Section des Académiciens libres, sont réélus membres du Conseil de la *Fondation Loutreuil* pour 1942, 1943, 1944.

L'Académie procède par la voie du scrutin à l'élection d'un Membre de la Section de Mécanique en remplacement de M. *L. Lecornu* décédé.

Le nombre de votants étant 39, le scrutin donne les résultats suivants :

M. Joseph Pérès	obtient	32 suffrages
M. Maurice Roy	»	3 »
M. Ernest Vessiot	»	2 »
M. Henri Béghin	»	1 »

Il y a 1 bulletin blanc.

M. **Joseph Pérès**, ayant réuni la majorité absolue des suffrages, est proclamé élu.

Son élection sera soumise à l'approbation du Gouvernement.

L'Académie procède par la voie du scrutin à l'élection d'un Membre de la Section de Géométrie en remplacement de M. *H. Lebesgue* décédé.

Le nombre de votants étant 41, le scrutin donne les résultats suivants :

M. Arnaud Denjoy	obtient................	21 suffrages
M. René Garnier	»	16 »
M. Maurice Fréchet	»	2 »

Il y a 1 bulletin blanc et 1 bulletin nul.

M. **Arnaud Denjoy**, ayant réuni la majorité absolue des suffrages, est proclamé élu.

Son élection sera soumise à l'approbation du Gouvernement.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

P. et N. Bonnet, *Atlas de géologie transcaucasienne*.

TOPOLOGIE. — *Transformations et homéomorphies dans les espaces topologiques*. Note [1] de M. **Jean Leray**, présentée par M. Henri Villat.

1. Envisageons une équation du type déjà étudié [2]

$$x = \xi[\tau(x), y]. \tag{1}$$

Supposons que l'inverse $\varphi(x)$ de sa résolvante absolue soit une transformation *univoque et continue*. Supposons en outre que l'espace Y possède un système de voisinages convexes. Soit D un ensemble ouvert de points de X. On peut attacher à chacune des composantes de l'ensemble ouvert $X - \varphi(\dot{D})$ un entier $d \gtrless 0$ tel que, pour tout cycle continu y_p appartenant à cette composante,

$$\varphi[\Phi(D, y_p)] = d y_p; \tag{2}$$

d sera nommé *degré* de $\varphi(D)$ sur cette composante.

On déduit aisément des propriétés de la résolvante algébrique celles de ce degré, qui sont analogues à celles du degré topologique de M. Brouwer. Mais, alors que la définition de M. Brouwer repose sur des hypothèses d'orientabilité et qu'une modification de l'orientation change le signe du degré de M. Brouwer, c'est sur l'hypothèse que $\varphi(x)$ est l'inverse de la résolvante d'une équation (1) que repose notre définition, et la valeur du degré d'une transformation φ donnée dépend du choix de cette équation (1).

Cas particulier. — Adjoignons aux hypothèses précédentes les suivantes :

---

(1) Séance du 4 mai 1942.

(2) *Comptes rendus*, 214, 1942, p. 839.

X et Y sont deux espaces de Hausdorff bicompacts, connexes, possédant un système de voisinages convexes ; le groupe d'homologie supérieur de X contient un élément X^N multiple de tous les éléments de base de ce groupe ; il existe dans Y aussi un tel cycle, de même dimension, Y^N. Soient x_N et y_N les cycles continus de X et Y qui sont tels que $X^N.x_N = x_0$, $Y_N.y_N = y_0$; δ et δ' étant les entiers que définissent les relations

$$\xi(t_0, y_N) = \delta x_N, \quad \varphi(x_N) = \delta' y_N,$$

le degré de $\varphi(X)$ sur Y est $\delta\delta'$ et, s'il diffère de zéro,

$$\Phi\left(X, \frac{Y^p}{Y^N}\right) = \frac{\delta\,\varphi^{-1}(Y^p)}{X^N}.$$

2. *Éliminer* x' entre les deux équations du type étudié

$$(1') \qquad x = \xi'[\tau'(x), x']$$

et

$$(1'') \qquad x' = \xi''[\tau''(x'), x''], \qquad (x \in X, x' \in X', x'' \in X'') ;$$

lorsque l'inverse de la résolvante de la première est la transformation *univoque et continue* $\varphi'(x)$, c'est construire l'équation du même type

$$(3) \qquad x = \xi'\{\tau'(x), \xi''[\tau''(\varphi'(x)), x'']\} ;$$

Φ' et Φ'' étant les résolvantes algébriques de (1′) et (1″), celle de (3) est

$$(4) \qquad \Phi(D, x''_p) = \Phi'\{D, \Phi''[X' - \varphi'(\dot{D}), x''_p]\}.$$

Il peut s'agir de résolvantes prolongées, T' et T'' étant des espaces simples, $\varphi'(x)$ n'étant supposée univoque et continue que sur $\dot{D}$.

3. Soient deux espaces topologiques, X et X′, et une famille T de transformations topologiques t de X sur X′ ($x' = tx$, $x = t^{-1}x'$). Nous supposerons que T *est un espace de Hausdorff bicompact, connexe, possédant un système de voisinages convexes*. Soit, entre deux ensembles F et F′ de points de X et X′, une correspondance *biunivoque* $x'(x)$ définie par une relation du type $x' = t(x)x$, où $t(x)$ est une transformation continue de F dans T ; *si* F *est fermé*, F′ *est nécessairement fermé et la correspondance* $x'(x)$ *est nécessairement bicontinue* : nous dirons alors qu'elle constitue une *homéomorphie stricte* entre les deux ensembles F et F′ de points de X et X′.

Supposons que chacun des espaces X et X′ possède un système de voisinages strictement connexes ; alors *toute homéomorphie stricte entre deux ensembles fermés* F *et* F′ *de points de* X *et* X′ *fait se correspondre les points intérieurs à ces ensembles ; en ces points cette homéomorphie a le degré* +1 *ou* −1. (Généralisation du théorème d'invariance du domaine de M. Brouwer.)

Si deux ensembles fermés F *et* F′ *de points de deux espaces topologiques* X *et* X′ *sont trictement homéomorphes et si* T *est simple, alors les groupes d'homologie continue de* X − F *et* X′ − F′ *sont isomorphes.*

Ces deux propositions résultent immédiatement de l'application de la formule (4) aux résolvantes prolongées des deux équations

$$x = t(x)^{-1}x', \qquad x' = t'(x')x, \qquad \text{où} \quad t'(x') = t(x(x')),$$

compte tenu du fait suivant : le résultat de l'élimination de x ou de x' entre ces deux équations est l'identité.

Ces deux propositions ont jadis été établies, dans le cas où les t sont des translations, X et Y étant des espaces linéaires de Banach : la première par M. Schauder (³) la seconde par moi-même (⁴). J'avais prévu dès ce moment l'existence d'énoncés de la nature de ceux qui précèdent ; c'est la recherche de ces énoncés qui m'a conduit aux notions qu'exposent cette Note et mes trois Notes précédentes.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Extension de la formule de Riemann aux intégrales non linéaires.* Note (¹) de M. **Jean Challier**, présentée par M. Paul Montel.

Dans la formule classique de Riemann

$$\int_C X\,dx + Y\,dy = \iint_D \left(\frac{\partial Y}{\partial x} - \frac{\partial X}{\partial y}\right) dx\,dy, \tag{1}$$

l'intégrale curviligne est linéaire, c'est-à-dire que son élément est une forme linéaire des différentielles dx, dy.

Soit l'intégrale non linéaire

$$I = \int_C f(x, y, dx, dy),$$

C étant un contour fermé défini par des fonctions dérivables x, y d'un paramètre et f une fonction, homogène et du premier degré par rapport aux différentielles dx, dy, donc telle que

$$f = \frac{\partial f}{\partial\, dx} dx + \frac{\partial f}{\partial\, dy} dy, \tag{2}$$

en outre, continue et dérivable jusqu'au second ordre par rapport à l'ensemble des variables dans toute la région du plan occupée par C et D.

Faisons varier d'une manière continue un arc de courbe Γ continue et dérivable, dont les extrémités A et B décrivent deux arcs C_A et C_B de C.

La variation de l'intégrale

$$J = \int_\Gamma f$$

(³) *Studia math.*, 1, 1929, p. 123 ; *Math. Annalen*, 106, 1932, p. 661.

(⁴) *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 1082 ; Séminaire de M. Julia, 1935-1936.

(¹) Séance du 4 mai 1942.

est la somme des variations élémentaires

$$(3)\quad \delta J = \int_\Gamma \frac{\partial f}{\partial x}\delta x + \frac{\partial f}{\partial y}\delta y + \frac{\partial f}{\partial\, dx}\delta\, dx + \frac{\partial f}{\partial\, dy}\delta\, dy$$
$$= \left(\frac{\partial f}{\partial\, dx}\delta x + \frac{\partial f}{\partial\, dy}\delta y\right)_A^B + \int_\Gamma \left[\frac{\partial f}{\partial x} - d\left(\frac{\partial f}{\partial\, dx}\right)\right]\delta x + \left[\frac{\partial f}{\partial y} - d\left(\frac{\partial f}{\partial\, dy}\right)\right]\delta y.$$

L'arc Γ variant d'une manière finie d'un état Γ_1 $(A_1 B_1)$ à un état Γ_2 $(A_2 B_2)$, l'expression toute intégrée de (3) s'intègre le long de $C_A(A_1 A_2)$ et $C_B(B_1 B_2)$, les caractéristiques δ et d désignant des différentiations respectivement selon les courbes C et Γ qui passent au point courant. Le résultat s'écrit symboliquement

$$\left[\int_\Gamma f\right]_{\Gamma_1}^{\Gamma_2} = \left[\int_C \frac{\partial f}{\partial\, dx}\delta x + \frac{\partial f}{\partial\, dy}\delta y\right]_A^B$$
$$+ \int_{\Gamma_1}^{\Gamma_2}\int_\Gamma \left[\frac{\partial f}{\partial x} - d\left(\frac{\partial f}{\partial\, dx}\right)\right]\delta x + \left[\frac{\partial f}{\partial y} - d\left(\frac{\partial f}{\partial\, dy}\right)\right]\delta y,$$

ou encore, compte tenu de l'identité (2),

$$\left[\int_\Gamma \frac{\partial f}{\partial\, dx}dx + \frac{\partial f}{\partial\, dy}dy\right]_{\Gamma_1}^{\Gamma_2} - \left[\int_C \frac{\partial f}{\partial\, dx}\delta x + \frac{\partial f}{\partial\, dy}\delta y\right]_A$$
$$= \int_{\Gamma_1}^{\Gamma_2}\int_\Gamma \left[\frac{\partial f}{\partial x} - d\left(\frac{\partial f}{\partial\, dx}\right)\right]\delta x + \left[\frac{\partial f}{\partial y} - d\left(\frac{\partial f}{\partial\, dy}\right)\right]\delta y.$$

Si maintenant les arcs Γ_1 et Γ_2 sont les arcs de C autres que C_A et C_B, δ désignant une différentiation selon C,

$$(4)\quad \int_C \frac{\partial f}{\partial\, dx}\delta x + \frac{\partial f}{\partial\, dy}\delta y = -\int_{\Gamma_1}^{\Gamma_2}\int_\Gamma \left[\frac{\partial f}{\partial x} - d\left(\frac{\partial f}{\partial\, dx}\right)\right]\delta x + \left[\frac{\partial f}{\partial y} - d\left(\frac{\partial f}{\partial\, dy}\right)\right]\delta y.$$

Le symbole qui figure au second membre de (4) présente les caractères d'une intégrale double : mettons-y en facteur l'élément bidifférentiel

$$[dx, dy] = dx\,\delta y - dy\,\delta x.$$

Dérivons (2) par rapport à x

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial^2 f}{\partial x\,\partial\, dx}dx + \frac{\partial^2 f}{\partial x\,\partial\, dy}dy.$$

Or

$$\frac{d\,\partial f}{\partial\, dx} = \frac{\partial^2 f}{\partial x\,\partial\, dx}dx + \frac{\partial^2 f}{\partial y\,\partial\, dx}dy + \frac{\partial^2 f}{\partial\, dx^2}d^2 x + \frac{\partial^2 f}{\partial\, dx\,\partial\, dy}d^2 y$$

et une dérivation de (2) par rapport à dx montre que

$$\frac{\partial^2 f}{\partial\, dx^2} = -\frac{dy}{dx}\,\frac{\partial^2 f}{\partial\, dx\,\partial\, dy}.$$

Ainsi

$$\frac{\partial f}{\partial x} - d\left(\frac{\partial f}{\partial\, dx}\right) = \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x\,\partial\, dy} - \frac{\partial^2 f}{\partial y\,\partial\, dx} + \frac{\partial^2 f}{\partial\, dx\,\partial\, dy}\,\frac{d^2 x\,dy - d^2 y\,dx}{dx\,dy}\right)dy.$$

De même

$$\frac{\partial f}{\partial y} - d\left(\frac{\partial f}{\partial dy}\right) = \left(\frac{\partial^2 f}{\partial y\,\partial dx} - \frac{\partial^2 f}{\partial x\,\partial dy} + \frac{\partial^2 f}{\partial dx\,\partial dy}\,\frac{d^2 y\,dx - d^2 x\,dy}{dx\,dy}\right)dx.$$

Finalement

$$(5)\qquad \int_C \frac{\partial f}{\partial dx}\,\delta x + \frac{\partial f}{\partial dy}\,\delta y$$
$$= \iint_D \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x\,\partial dy} - \frac{\partial^2 f}{\partial y\,\partial dx} + \frac{\partial^2 f}{\partial dx\,\partial dy}\,\frac{d^2 x\,dy - d^2 y\,dx}{dx\,dy}\right)[dx,\, dy].$$

Le domaine D est l'aire balayée par la courbe AB; dès que l'intégrale curviligne (1) n'est plus linéaire $[(\partial^2 f/\partial dx\,\partial dy) \neq 0]$, les parenthèses contiennent des différentielles dx, dy, d^2x, d^2y calculées suivant la courbe Γ qui passe au point courant.

L'intégrale curviligne de (5) est encore linéaire en δx, δy. Mais les courbes Γ sont arbitraires, sous réserve de larges conditions (continuité et dérivabilité) et, dans le cas particulier important où C est formé exclusivement d'arcs Γ, $\delta x = dx$, $\delta y = dy$, sur le contour C, donc, en vertu de (2),

$$(6)\qquad \int_C f = \iint_D \left[\frac{\partial^2 f}{\partial x\,\partial dy} - \frac{\partial^2 f}{\partial y\,\partial dx} + \frac{\partial^2 f}{\partial dx\,\partial dy}\,\frac{d^2 x\,dy - d^2 y\,dx}{dx\,dy}\right][dx,\, dy],$$

formule qui comprend (1) comme cas particulier.

Les formules (5) et (6) s'étendent au cas où f contient des différentielles de tous ordres d'un nombre quelconque de variables et où les intégrales sont multiples d'ordre quelconque : nous en avons tiré d'intéressantes applications et interprétations géométriques.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur un problème de M. Denjoy.*

Note [1] de M. **Frédéric Roger**, présentée par M. Émile Borel.

Position du problème. — Dans son Mémoire sur l'intégration des coefficients différentiels d'ordre supérieur (A. Denjoy, *Fundamenta Mathematicae*, 25), M. Arnaud Denjoy considère les limites, quand x tend vers x_0 par valeurs soit supérieures, soit inférieures, du quotient différentiel d'ordre r d'une fonction continue $f(x)$

$$\left[f(x) - f(x_0) - (x - x_0)f_1(x_0) - \frac{(x-x_0)^2}{2}f_2(x_0) - \ldots - \frac{(x-x_0)^{r-1}}{(r-1)\,!}f_{r-1}(x_0)\right] : \frac{(x-x_0)^r}{r\,!},$$

où les coefficients $f_1(x_0)$, $f_2(x_0)$, ..., $f_{r-1}(x_0)$ sont les limites uniques en n_0 des quotients différentiels d'ordres respectifs 1, 2, ..., $r-1$. A titre de préliminaire à l'intégration, M. Denjoy démontre qu'en un point x_0 où d'un côté (par exemple $x > x_0$) les deux limites extrêmes d'indétermination sont simul-

---

[1] Séance du 27 mai 1942.

tanément finies, elles ne peuvent être qu'égales, et égales aux deux limites extrêmes de l'autre côté (en sorte qu'il existe une limite unique : le coefficient différentiel d'ordre r), exception faite éventuellement de points x_0 dont l'ensemble est de mesure nulle. Comme c'est, pour l'ordre $r=1$, l'un des deux résultats qui l'avaient conduit aux dispositions fondamentales des nombres dérivés des fonctions continues (A. Denjoy, *Journal de Math. pures et appl.*, 7ᵉ série, 1, 1915), M. Denjoy pose la question de la *validité de ces dispositions* pour les coefficients différentiels d'ordre supérieur.

Contre-exemple. — Nous allons voir qu'il n'en est rien, dès l'ordre $r=2$, grâce à un exemple basé sur la fonction $?x$ de Minkowski. A chaque valeur de l'ensemble parfait totalement discontinu de Cantor $\xi=\Sigma 3^{-i}a_i$ ($a_i=0$ ou 2, jamais 1), Minkowski fait correspondre la valeur $\eta=\Sigma 2^{-i}b_i$ où $b_i=0$ ou 1, suivant que $a_i=0$ ou 2; et aux valeurs ξ de chaque intervalle continu la valeur η commune aux deux extrémités. La courbe représentative C de la fonction $\eta=?\xi$ se compose alors d'un système dénombrable de segments rectilignes S et d'un ensemble parfait totalement discontinu D (qui se projette sur $O\eta$ suivant la totalité du segment $[0,1]$. Par rapport aux bissectrices intérieure Ox et extérieure Oy de l'angle $\xi O\eta$, C définit une fonction $y=f(x)$ qui vérifie une condition de Lipschitz; la projection de D sur Ox est un ensemble de mesure positive, sur une pleine épaisseur e de laquelle $f'(x)$ existe et vaut $+1$. Soient $P(\xi,\eta)$ un point de D se projetant sur e, $P'(\xi',\eta')$ $(\eta'>\eta)$ un point quelconque de C; les développements de η et de η' (celui-ci choisi de manière à comporter une infinité de 1) présentent un premier rang j tel que $b_j=0$, $b'_j=1$ ($j\to\infty$ quand $\eta'\to\eta$); ces coefficients proviennent de $a_j=0$ [car $a_j=1$ correspondrait à une extrémité d'un S sur lequel $f'(x)=-1$] et $a'_j=2$ (car $a'_j=1$ entraînerait $b'_j=0$ quel que soit $i>j$). On a dès lors $(\xi'-\xi)(\eta'-\eta)^{-2}>3^{-j}2^{2(j-1)}\to+\infty$ avec j; de même, à cause de la symétrie de C par rapport au point $\xi=\eta=2^{-1}$, $(\xi'-\xi)(\eta'-\eta)^{-2}\to-\infty$ quand $\eta'-\eta\to 0$ par valeurs négatives. Il en résulte aisément qu'*en chaque point de l'ensemble e de mesure positive, la fonction $y=f(x)$ admet un coefficient différentiel second égal à $+\infty$ à droite et à $-\infty$ à gauche.*

Conclusions géométriques. — D'une manière générale, soient E un ensemble arbitraire de points dans le plan, P un point d'accumulation de E, D une droite déterminée passant par P (par exemple, la normale à E quand la tangente existe), X une grandeur définie par la limite en P (d'un côté ou de l'autre de D) d'une expression numérique convenable attachée à certaines configurations relatives à E; nous conviendrons de dire que *la grandeur* X *présente la répartition de M. Denjoy, lorsque, sauf peut-être en des points* P *dont l'ensemble est de longeur nulle, les limites extrêmes d'indétermination de l'expression* (Λ *et* λ *d'un côté de* D, Λ' *et* λ' *de l'autre*) *ne peuvent présenter que l'une des trois dispositions fondamentales suivantes :*

1° $\Lambda=+\infty$, $\lambda=-\infty$, $\Lambda'=+\infty$, $\lambda'=-\infty$;

2° $\Lambda = +\infty$, $\lambda = \Lambda'$ fini, $\lambda' = -\infty$ (existence d'une seule valeur $\lambda = \Lambda'$ valable de part et d'autre de P);

3° $\Lambda = \lambda = \Lambda' = \lambda'$ fini (existence d'une valeur unique pour X).

Par ailleurs, soient E un ensemble plan, P un point d'accumulation de E, P′ un point de E tendant vers P, Δ une demi-droite d'accumulation de E en P, P″ un point de E tendant vers P dans la direction Δ; parmi les demi-cercles de courbure ordinaire de E en P dans la direction Δ (demi-cercle limite d'un arc de cercle d'origine P contenant P′ et P″) [2], nous appellerons *demi-cercles de courbure tangentielle*, ceux qui proviennent d'arcs de cercle PP″P′ où $PP''/PP' \to 0$; et, parmi ces derniers, *demi-cercles de courbure tangente*, ceux qui proviennent d'arcs de cercle partant de P tangentiellement à Δ et contenant P′.

Dès lors *la courbure tangente des ensembles plans* ($h = k = 0$ avec les notations de la Note citée) *ne saurait présenter la répartition de M. Denjoy* (car cette courbure est liée d'une manière simple du coefficient différentiel d'ordre $r = 2$, pour lequel une telle répartition est infirmée par notre contre-exemple). Au contraire (c'est l'objet principal de la Note déjà citée) *la courbure ordinaire dans le plan* ($h = 0$, k et l de même signe) *présente la répartition de M. Denjoy*. Quant à la *courbure tangentielle* ($h = 0$, k et l de même signe, $k/l \to 0$), dont le faisceau des demi-cercles est intermédiaire entre les deux précédents, *elle présente la propriété de M. Denjoy renforcée*, en ce sens que l'éventualité intermédiaire (2°) est elle-même exclue :

Théorème de répartition des courbures tangentielles d'un ensemble plan. — *En chaque point de la fermeture d'un ensemble* E *de points du plan, sauf peut-être en certains dont l'ensemble est de longueur nulle (réparti sur une famille dénombrable de courbes de Lipschitz et de largeur nulle sur elles), les courbures tangentielles de* E *ne peuvent présenter que l'une des deux dispositions suivantes :*

1° *Dans chaque direction d'accumulation* Δ, *les deux courbures tangentielles extrêmes sont* $\Gamma = +\infty$ *et* $\gamma = -\infty$;

2° E *admet (outre une tangente) une courbure unique, non seulement tangentielle* ($h = 0$, $k/l \to 0$), *mais même régulière* ($k/k \not\to 1$, $l/k \not\to 1$).

THÉORIE DU POTENTIEL. — *Capacité extérieure et suites convergentes de potentiels.* Note de M. **Henri Cartan**, présentée par M. Élie Cartan.

1. Plaçons-nous, pour fixer les idées, dans l'espace euclidien à $n > 2$ dimensions, et considérons le potentiel newtonien défini par la fonction $f(x, y) = r^{2-n}$ (x et y désignent deux points, r leur distance). Les résultats qui suivent, et dont la démonstration sera publiée ailleurs, vaudront dans d'autres cas, par exemple pour $f(x, y) = r^{\alpha-n}$ ($n \leqq 2$, $0 < \alpha < 2$), et aussi, dans le cercle

(2) F. Roger, *Comptes rendus*, 214, 1942, p. 852.

$|x| < 1$ du plan d'une variable complexe, pour

$$f(x, y) = \log \left| \frac{1 - \bar{x}y}{x - y} \right|$$

(x et y nombres complexes de module < 1).

Le *potentiel* d'une distribution μ de masses positives est la fonction $U^\mu(x)$ définie par l'intégrale

$$U^\mu(x) = \int f(x, y)\, d\mu(y),$$

et l'*énergie* est $\int U^\mu(x)\, d\mu(x)$ (elle peut être infinie). L'énergie de la différence de deux distributions positives μ et ν d'énergie *finie* est

$$\int (U^\mu - U^\nu)(d\mu - d\nu);$$

elle est bien déterminée, toujours positive, et ne s'annule que si $\mu = \nu$; nous désignerons par $\|\mu - \nu\|$ sa racine carrée. La *capacité* d'un ensemble K *compact* (c'est-à-dire fermé borné) est la borne supérieure des masses portées par K pour les μ positives telles que $U^\mu \leq 1$ partout. La *capacité intérieure* $\gamma_i(A)$ d'un ensemble A quelconque est la borne supérieure des capacités des compacts contenus dans A. La *capacité extérieure* $\gamma_e(A)$ est la borne inférieure des capacités (intérieures) des ensembles *ouverts* contenant A. Lorsque $\gamma_e(A) = \gamma_i(A)$, on dit *capacité* tout court; c'est le cas, notamment, des compacts et des ouverts. La capacité *extérieure* d'une réunion finie ou dénombrable d'ensembles est au plus égale à la somme de leurs capacités extérieures.

2. Ces définitions étant rappelées, on sait que les *ensembles de capacité nulle* interviennent dans beaucoup de questions. Or il faudrait distinguer entre les deux notions de capacité *intérieure* nulle et de capacité *extérieure* nulle; il est vrai que, pour certains ensembles (par exemple les réunions dénombrables de compacts), les deux propriétés sont équivalentes. En général on se borne à prouver que l'ensemble étudié a une capacité intérieure nulle. Par exemple il est bien connu que l'ensemble des points où un potentiel (non $\equiv \infty$) est infini a une capacité (intérieure) nulle; or je montre facilement que sa capacité *extérieure* est nulle, et ce fait est intéressant parce qu'il y a une réciproque. Appelons en effet, avec Brelot, ensemble *polaire* tout ensemble A tel qu'il existe un potentiel infini en tout point de A, et $\not\equiv \infty$. Alors

Théorème 1. — *Pour qu'un ensemble soit polaire, il faut et il suffit que sa capacité extérieure soit nulle.*

3. La limite d'une suite décroissante de potentiels [1] n'est pas toujours identique à un potentiel : par exemple, quel que soit l'ensemble polaire A, il existe une suite décroissante de potentiels infinis en tout point de A, et dont la

[1] Il n'est question ici que de potentiels dus à des masses *positives*.

limite est nulle en dehors d'un ensemble polaire. On doit à Brelot ([2]) le remarquable théorème : *la limite u d'une suite décroissante de potentiels est égale à un potentiel v, sauf sur un ensemble de capacité intérieure nulle;* et l'on a $v(x) \leq u(x)$ partout. On déduit de là : pour une suite *quelconque* de potentiels u_n, $\liminf_{n \to \infty} u_n(x) = u(x)$ est égale à une fonction $v(x)$ [limite d'une suite croissante de potentiels ([3])] sauf sur un ensemble de capacité intérieure nulle; et $v(x) \leq u(x)$ partout ([4]). Or je peux prouver que l'ensemble exceptionnel où $v(x) < u(x)$ est *polaire* (résultat pressenti par Brelot); cela résulte du

Théorème 2. — *Étant donnés une suite monotone de potentiels u_n inférieurs à un potentiel fixe, un ensemble compact K arbitraire et un nombre $\alpha > 0$, l'ensemble des points où $|v - u_n| > \alpha$ a une capacité extérieure qui tend vers zéro quand $n \to \infty$* (v désigne le potentiel égal à $u = \lim u_n$ sauf sur un ensemble de capacité nulle).

Même dans le cas d'une suite *croissante* (alors $v \equiv u$), ce théorème est nouveau; Brelot le considérait comme probable dans le cas plus particulier où les u_n sont déduits d'un potentiel fixe u par médiation sur des sphères de rayons tendant vers zéro.

Le théorème 2 vaut non seulement pour des *suites* dénombrables, mais pour des familles quelconques (ordonnées filtrantes). Ainsi *la borne inférieure d'une famille quelconque de potentiels est toujours égale à un potentiel sauf sur un ensemble polaire.* Quant à la démonstration du théorème 2, elle repose sur le

Lemme. — *Étant données deux distributions positives μ et ν, d'énergie finie, l'ensemble des points où $U^\mu - U^\nu > \alpha\ (\alpha > 0)$ a une capacité extérieure $\leq \alpha^{-2} \|\mu - \nu\|^2$.*

4. Définissons, dans l'ensemble $\mathfrak{M}$ des distributions *positives*, d'énergie finie, la distance de μ et ν par $\|\mu - \nu\|$. En relation avec l'étude des suites de potentiels, je démontre le théorème fondamental ([5]) :

Théorème 3. — *L'espace $\mathfrak{M}$ est complet.*

Ce théorème est l'analogue du théorème de Fischer-Riesz pour l'espace des fonctions de carré sommable. Il est appelé à jouer un rôle décisif en théorie du potentiel.

([2]) *Comptes rendus*, 207, 1938, p. 836. Brelot envisage, plus généralement, des fonctions surharmoniques supérieures à un nombre fixe (en fait, Brelot raisonne dans le cas sous-harmonique); mais l'étude des fonctions surharmoniques se ramenant finalement à celle des potentiels, je me borne ici au cas des potentiels.

([3]) $v(x)$ est surharmonique; on peut, dans certains cas, affirmer que v est un potentiel : par exemple si les u_n sont majorés par un potentiel fixe, ou si la masse totale de la distribution donnant naissance à u_n est inférieure à un nombre fixe.

([4]) Il en résulte que $v(x) = \liminf_{y \to x} u(y)$ en tout point x.

([5]) J'avais déjà prouvé, sous des hypothèses plus générales, que *le sous-espace des distributions positives portées par un ensemble compact fixe est complet* (*Bull. Soc. Math. de France*, 69, 1941, p. 71-96).

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Sur une famille particulière de tourbillons en tores microscopiques.* Note [1] de M. **Roger Mérigoux**, présentée par M. Henri Villat.

En faisant tomber des gouttes de paraffine dans une enceinte dont la température est uniforme, on peut étudier avec précision les tourbillons en tores qui se produisent lorsque ces gouttes s'écrasent sur un plan horizontal [2]. L'étuve peut être facilement constituée par un long tube de Liebig vertical alimenté dans sa double paroi par un courant d'eau chaude; le tube central étant réservé pour le thermomètre et un compte-gouttes assez long pour

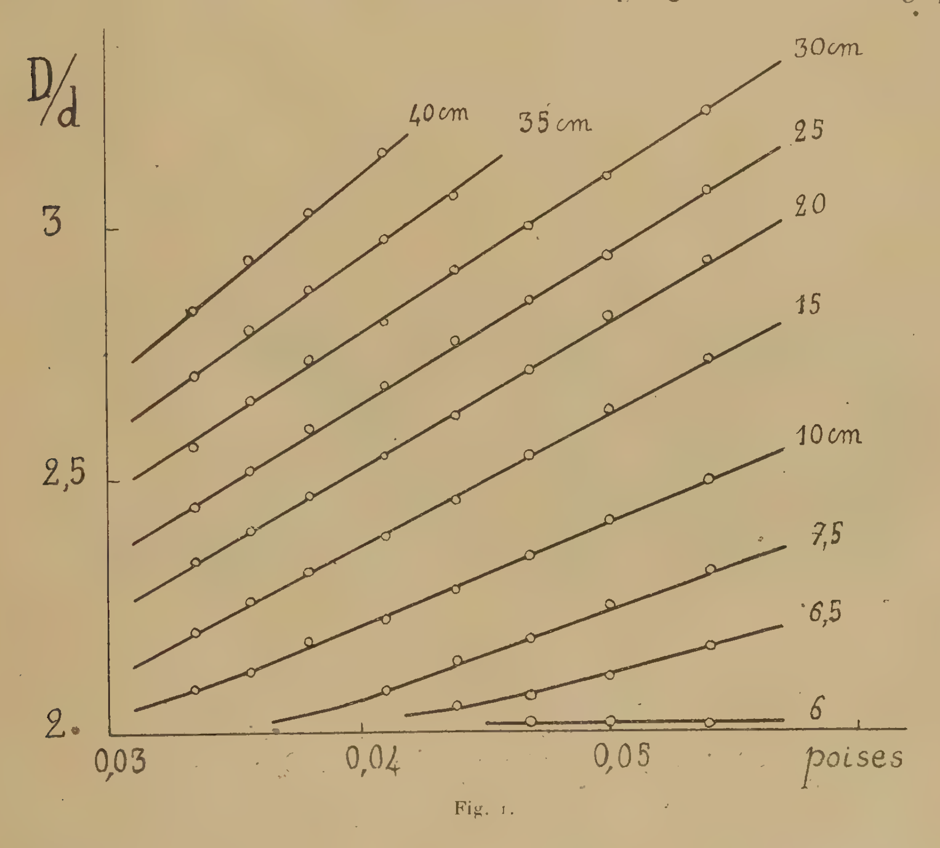


Fig. 1.

être actionné de l'extérieur. Les résultats sont particulièrement nets si, pour chaque température et pour chaque hauteur de chute, on prend la moyenne des mesures effectuées sur une dizaine de gouttes.

La courbe de viscosité de la paraffine utilisée, établie entre son point de fusion (50°-52°) et 100°, permet d'éliminer l'action de la température et d'étudier la

---

(1) Séance du 8 juin 1942.

(2) R. Mérigoux, *Cahiers de Physique*, 17, 1941, p. 201.

variation du rapport D/d des diamètres directement en fonction de la viscosité η et de la hauteur de chute h.

J'ai étudié ainsi la famille de tourbillons se produisant lorsque h varie de 6 à 40^{cm}; η variant de 0,030 à 0,055 poise; la densité de la paraffine étant de 0,72.

I. *Influence de la viscosité.* — Il y a pour chaque valeur de h une relation linéaire entre la viscosité et D/d (*fig.* 1). Le rapport D/d est limité inférieurement par le nombre 2; il est limité supérieurement par un nombre voisin de 3,15, après quoi une autre famille de tourbillons s'établit.

II. *Influence de la hauteur de chute.* — En ordonnant les nombres obtenus en fonction de h, on constate que, dans certaines limites, il y a également une relation linéaire entre h et D/d. On constate également que, quelle que soit la viscosité, les tourbillons ne s'établissent que si h est supérieur à 6^{cm}.

III. *Passage d'une famille de tourbillons à une autre famille.* — Du côté des grandes viscosités, il n'est pas progressif. Il existe pour D/d un domaine où deux familles peuvent l'une ou l'autre se former et même se mélanger avec une remarquable indépendance (*fig.* 2). Du côté des faibles viscosités on peut voir

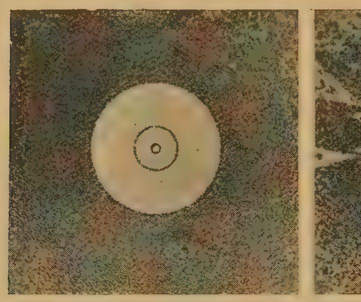
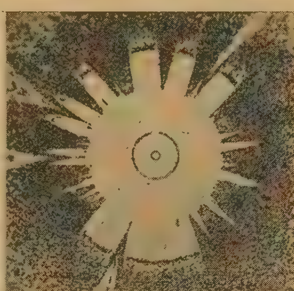
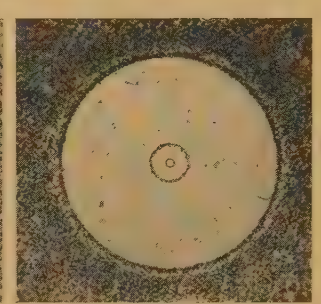




Fig. 2.

une troisième zone de balayage s'établir peu à peu sans que le rapport D/d subisse de variation brusque.

Remarque. — J'avais cru devoir ([3]) attribuer à Decharme une première description des traces de tourbillonnements en tores microscopiques; mais, d'après une étude accompagnée de figures ([4]), il semble que cet auteur ne se soit occupé que des traces produites par les rides de Poncelet circulaires et périphériques et non des tourbillons centraux.

([3]) *Comptes rendus*, 213, 1941, p. 719.

([4]) *Journ. de Physique*, 14, 1884, p. 482.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Influence des électrolytes sur la viscosité des solutions d'empois d'amidon.* Note de M. **Augustin Boutaric** et Mlle **Madeleine Chapeaux**, présentée par M. Charles Achard.

Kruyt [1] a montré que, pour des solutions de colloïdes hydrophiles (agar-agar, gomme arabique, amidon), l'addition de divers sels en quantités très faibles entraîne une diminution de la viscosité d'autant plus rapide que la valence de l'ion actif est plus grande. S. Thévenet [2] a retrouvé ce phénomène sur les solutions de colloïdes humiques, les sels de sulfure d'arsenic et les suspensions de bentonite, et constaté que, pour des sels de même anion, la concentration de l'électrolyte correspondant au minimum de viscosité diminue à mesure que croît la valence du cathion, tandis que la viscosité minimum croît avec cette valence. Nous nous sommes proposé d'examiner comment se comporte l'empois d'amidon, en ce qui concerne l'influence qu'exercent les électrolytes sur la viscosité de ses suspensions.

L'empois d'amidon était préparé en chauffant au bain-marie, aux environs de 80°, une suspension obtenue en délayant dans l'eau de l'amidon de riz préalablement pulvérisé et tamisé. Afin d'étudier l'influence exercée par la nature des cathions et des anions sur la viscosité de cet empois, nous avons effectué deux séries de mesures en utilisant : 1° des chlorures à cathions de valence différente; 2° divers sels de potassium.

A partir d'une solution d'empois d'amidon contenant $2^{g},6$ d'amidon pour 100^{cm^3}, nous avons préparé des mélanges contenant 20^{cm^3} d'empois et 20^{cm^3} de solution électrolytique de concentration variable; nous désignerons par η_2 la viscosité de ces mélanges et par η_1 la viscosité de la solution obtenue en mélangeant 20^{cm^3} de solution électrolytique et 20^{cm^3} d'eau. Le quotient η_2/η_1 représente la viscosité de la solution d'empois d'amidon par rapport à son liquide intermicellaire. En divisant ce quotient par la viscosité η_0 de la suspension d'amidon diluée dans un égal volume d'eau, la valeur obtenue exprimera l'influence que l'électrolyte envisagé exerce sur la viscosité de la solution d'empois d'amidon. Les mesures ont été faites à 26° à l'aide du viscosimètre d'Ostwald.

Les tableaux ci-dessous donnent pour diverses concentrations c évaluées en équivalent-gramme du cathion par litre, les valeurs $\eta_2/\eta_1\eta_0$ relatives à l'influence des divers électrolytes.

c.	ClK.	Cl^2Ba.	Cl^3Al.
0	1	1	1
$0,25.10^{-3}$N	0,985	0,986	0,973
0,5 »	0,960	0,967	0,969
0,75 »	0,942	0,940	1,076
1 »	0,928	0,915	1,415
1,25 »	0,920	0,925	1,577
5 »	0,903	1,519	1,837
25 »	0,939	1,628	1,860
50 »	1,127	1,712	1,871
125 »	1,527	—	—
250 »	1,627	—	—

(1) *Les Colloïdes*, Paris, 1933, p. 211.

(2) *Thèse*, Lyon, 1939, pp. 54-66-79.

c.	IK.	ClK.	SO^4K^2.	PO^4K^3.	OHK.
0	1	1	1	1	1
0,05.10⁻³N	—	0,995	0,990	0,985	0,886
0,1 »	0,998	0,985	0,980	0,972	0,883
0,5 »	0,982	0,951	0,950	0,917	1,016
1 »	0,967	0,928	0,934	0,926	1,088
5 »	0,914	0,903	0,926	0,979	1,297
10 »	0,898	0,909	0,946	1,010	2,125
15 »	0,898	0,915	0,960	1,037	2,325
25 »	0,946	0,939	0,979	1,084	2,566
50 »	1,066	1,127	1,078	1,124	
125 »	1,336	1,527	1,253	1,163	
250 »	1,673	1,627	1,441	1,207	

Pour tous les électrolytes envisagés, la viscosité diminue d'abord à mesure que croît la concentration en électrolyte dans la solution, passe par un minimum et croît ensuite de plus en plus pour atteindre des valeurs considérables.

Avec des chlorures à cathions de diverses valences, on constate que la concentration c_m relative au minimum diminue à mesure que croît la valence du cathion, tandis que la valeur de ce minimum croît légèrement. Avec les divers sels de potassium, les concentrations fournissant le minimum de viscosité varient avec les anions utilisés, mais l'influence de la valence est moins nette que pour les cathions. C'est ce que montrent les nombres du tableau ci-dessous.

Électrolytes.	C_m.	$\left(\frac{\eta_2}{\eta_1 \eta_0}\right)_{\text{min.}}$	Électrolytes.	C_m.	$\left(\frac{\eta_2}{\eta_1 \eta_0}\right)_{\text{min.}}$
ClK	5.10⁻³N	0,903	IK	13.10⁻³N	0,897
Cl^2Ba	1 »	0,915	ClK	5 »	0,903
Cl^3Al	0,5 »	0,970	SO^4K^2	5 »	0,926
			PO^4K^3	0,5 »	0,917
			OHK	0,1 »	0,883

En résumé, la viscosité des solutions d'empois d'amidon éprouve, par addition d'un électrolyte, des variations analogues à celles qui ont été observées sur un certain nombre de solutions colloïdales. Sous l'influence de concentrations croissantes d'électrolytes, la viscosité diminue d'abord, passe par un minimum et croît ensuite, la concentration pour laquelle est observé le minimum de viscosité, et la valeur de ce minimum étant, pour des électrolytes de même anion, déterminée par la valence du cathion.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Mise en évidence de la solubilité de l'oxydule de fer dans le fer solide chauffé.* Note (¹) de M. **Albert Portevin**, présentée par M. Léon Guillet.

La solubilité de l'oxydule de fer FeO dans le fer pur solide chauffé, très controversée en raison des difficultés expérimentales rencontrées, n'est étayée

(¹) Séance du 4 mai 1942.

jusqu'à présent que par des preuves indirectes (analyse après diffusion, influence souvent non spécifique sur les propriétés du fer). Une conséquence directe de cette solubilité serait la coalescence des inclusions d'oxydule de fer, que nous avons réussi à mettre en évidence, avec M. René Castro, dans les conditions suivantes :

Alors que les gros amas d'oxydule se laissent allonger ou aplatir sans difficulté dans un grand intervalle de température, ce résultat ne peut être obtenu sur les petites inclusions de FeO qu'en associant un écrasement violent à un refroidissement rapide. Ceci a été réalisé en particulier en utilisant un poinçon conique enfoncé par choc dans de petits cylindres de métal chauffé à 750-850°. On constate, sur ces échantillons recuits ensuite à des températures croissantes, qu'à partir de 800° environ les plus petites des inclusions (1 à 2 μ) reprennent la forme globulaire et que, vers 1000°, elles ont toutes repris cet aspect, sauf les plus grosses d'entre elles ($> 10\,\mu$).

Ces résultats s'expliquent par une solubilité des inclusions dans le métal, solubilité qui commencerait à devenir sensible à partir de 800° en même temps que leur plasticité. On doit remarquer que d'autres inclusions, beaucoup plus plastiques, s'allongeant en éléments filiformes par corroyage, mais insolubles dans le métal, telles que les silicates vitreux de Fe et Mn, ne présentent pas ces changements de forme par recuit aux températures envisagées.

Par contre H. Esser et H. Cornélius [2], à la suite d'examens microscopiques d'inclusions de FeO faits *à chaud* dans le vide, avaient constaté une augmentation fréquente de leurs dimensions ainsi que la réunion apparente d'inclusions voisines, et ils en avaient conclu à l'absence de solubilité de FeO dans le fer.

Mais cette méthode d'observation a une valeur limitée par les faibles grossissements et les moindres qualités optiques imposés par les facteurs expérimentaux. On peut obvier à ces inconvénients en procédant à un examen micrographique, *après* chauffage dans le vide, de points préalablement repérés de la surface, ce qui permet de se placer dans les conditions optimum d'examen. Cette dernière technique nous a conduit, avec M. René Castro, à une bien meilleure observation des phénomènes mettant en évidence une diminution ou disparition des inclusions d'oxydule sur la surface polie, constatation s'accordant au contraire avec la solubilité de cet oxydule.

Les figures 1 et 2 montrent ($\times 1100$) le changement, résultant d'un chauffage dans le vide à 1000°, de l'aspect de la surface polie d'un échantillon contenant des inclusions de FeO allongées par déformation mécanique :

a. Certaines inclusions de taille moyenne ont diminué de dimensions surtout en longueur : leurs contours se sont arrondis; elles se trouvent au fond de petits cratères qui, examinés sous faible grossissement et avec un faible

---

(2) *Stahl und Eisen*, 53, 1933, p. 532.

diaphramme d'ouverture (c'est-à-dire dans les conditions d'observation de Esser et Cornélius), donnent au contraire l'impression d'une augmentation apparente de dimensions.

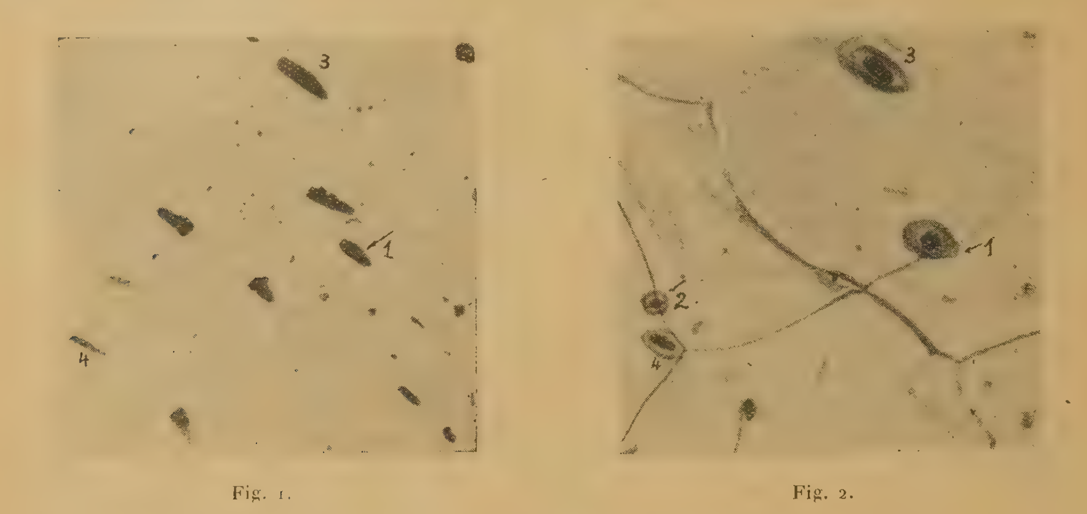


Fig. 1. Fig. 2.

b. La plupart des autres inclusions ont pratiquement disparu avec, en général, présence d'un point sombre au fond de leurs cratères cicatriciels.

Ces aspects ne correspondent pas à un enfoncement éventuel des inclusions au-dessous de la surface du métal, ce que montrent des repolissages légers et successifs, et leur génèse doit se rattacher à deux causes principales :

1° Mise en solution de l'inclusion (le point sombre étant un résidu d'oxyde

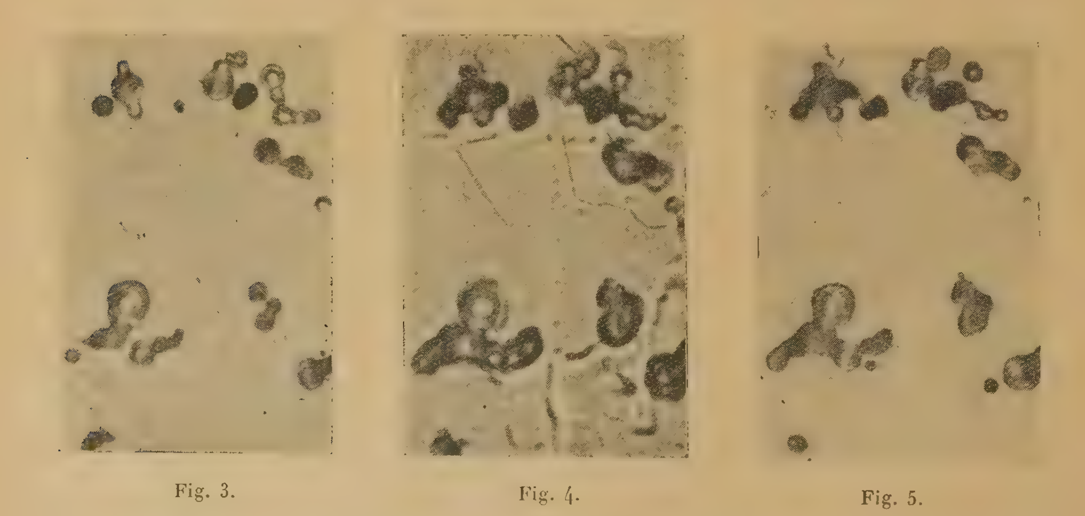


Fig. 3. Fig. 4. Fig. 5.

métallique autre que FeO, en solution dans l'inclusion, mais insoluble dans le fer).

2° Causes banales inhérentes à la tension superficielle du fer et aux phéno-

mènes plastiques accompagnant sa transformation allotropique (la volatilisation du fer ne semble pas devoir être retenue, étant donné que la perte de poids mesurée par heure à 1000° correspond à une épaisseur de 5.10^{-3} μ).

Le contrôle de cette interprétation nous a été fourni par des observations faites (grossissement 1100) sur :

a. des inclusions insolubles de silice vitreuse (*fig.* 3) qui subsistent inaltérées, en donnant même l'illusion d'avoir grossi et parfois de s'être réunies entre elles (*fig.* 4) par suite, d'une part de la rétraction en bourrelet du métal qui les entoure, et d'autre part de ce qu'elles étaient soudées au-dessous du plan micrographique initial, ce que confirme un léger polissage (*fig.* 5);

b. des inclusions manifestement solubles à chaud dans le fer, comme FeS, qui laissent subsister une cavité vide de son contenu initial.

Une confirmation des résultats concernant FeO nous a été donnée par la répétition des phénomènes observés sur des échantillons présentant des plages légères de rouille ou bien une oxydation superficielle mince et très adhérente (pellicule de revenu). Après chauffage à 1000°, la rouille et l'oxyde disparaissent et le métal prend un aspect brillant plus ou moins rugueux, sauf aux endroits où la pellicule d'oxyde était décollée et où celle-ci subsiste.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur l'absorption dans l'ultraviolet des vapeurs d'acide azothydrique.* Note de M. **Edgar-T. Verdier**, présentée par M. Jacques Duclaux.

J'ai signalé ([1]) que l'intensité du rayonnement ultraviolet émis au cours de l'électrolyse d'une solution de N^3H ou de N^3Na dépendait pour une part des réactions secondaires attribuables aux vapeurs de N^3H toujours présentes au-dessus de ces solutions, et liées à la désactivation de l'azote activé électroniquement, identifié par R. Audubert et C. Racz ([2]). J'ai étudié la variation de l'absorption de ces vapeurs en fonction de leur pression, ainsi que l'influence des gaz comme l'azote, l'hydrogène, l'argon, le protoxyde d'azote et l'oxygène qui ont un effet considérable sur la réaction photogénique précédente.

L'absorption a été mesurée grâce au dispositif déjà décrit ([3]) (monochromateur et photo-compteur à CuI alcool). La cuve à faces parallèles en quartz était reliée par deux robinets, d'une part à un petit ballon contenant de l'azoture de sodium et de l'acide sulfurique concentré, et d'autre part à une pompe à vide. Un manomètre à mercure permettait de déterminer la pression des vapeurs de N^3H à l'intérieur de la cuve entre $0^{mm},1$ et 10^{cm}.

La série de courbes de la figure 1 montre la variation du rapport I/I_0 en

([1]) *Comptes rendus*, **214**, 1942, p. 617.

([2]) *Bull. Soc. Chim. France*, 5e série, **7**, 1940, p. 907.

([3]) M. Bonnemay et E.-T. Verdier, *Comptes rendus*, **214**, 1942, p. 228.

fonction de la pression pour différentes longueurs d'onde, où I et I_0, intensités lumineuses à la sortie de la cuve et du monochromateur, sont données respectivement par le nombre de décharges enregistrées par le compteur, par unité de temps, avec et sans la cuve.

L'absorption ne varie pas suivant la loi de Beer, mais passe par un maximum pour une pression de 2cm,5 de mercure.

Dans la figure 2 sont portées les valeurs de I/I_0 en fonction de la longueur

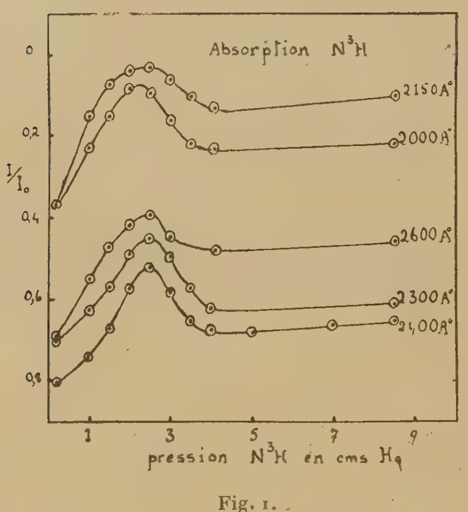


Fig. 1.

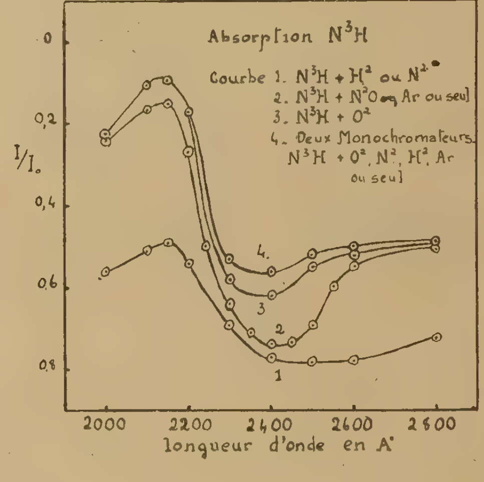


Fig. 2.

d'onde pour une pression de 1cm de N^3H en présence d'une quantité constante (une atmosphère) d'azote, d'hydrogène, d'argon, de protoxyde d'azote ou d'oxygène. Il semblerait que les vapeurs de N^3H soient moins fortement absorbantes en présence de N^2 ou de H^2 que dans le vide ou en présence d'oxygène.

Pensant que ce fait était dû à une décomposition photochimique, j'ai modifié le montage utilisé de façon à opérer strictement en lumière monochromatique. Un deuxième monochromateur a été placé entre la cuve et le compteur photoélectrique. Dans ces conditions on obtient la courbe de la figure 2. Cette fois, l'atmosphère gazeuse est sans influence sur l'absorption.

On sait déjà [4] que, sous l'action de la lumière d'une longueur d'onde inférieure à 2500 Å, les vapeurs de N^3H se décomposent avec formation en premier lieu d'azote et du radical $>$NH. Cette décomposition est très lente par rapport à celle de l'acide en solution [3] et elle n'est pas mesurable, ainsi que je l'ai constaté, en excitant par la lumière d'un tube de Chalonge. Il semble logique d'admettre que cette réaction photochimique s'accompagne d'une émission de

[4] A. O. Beckman et R. G. Dickinson, *J. Am. Chem. Soc.*, 50, 1928, p. 1870; 52, 1930, p. 124; Myers et Beckman, *ibid.*, 57, 1935, p. 89.

lumière, si faible soit-elle, due à la désactivation de l'azote activé électroniquement présent dans la molécule N^3H et libéré par la rupture de celle-ci.

Cette émission serait intensifiée en présence d'azote et d'hydrogène par une ramification des chaînes identique à celle que j'ai proposée pour expliquer l'augmentation considérable de l'intensité du rayonnement accompagnant l'électrolyse des solutions de N^3H et de N^3Na sous une atmosphère de N^2 et de H^2. L'oxygène, par contre, agirait comme inhibiteur de la réaction photogénique par une rupture des chaînes alors que l'argon et le protoxyde d'azote seraient sans influence.

Si nous admettons cette hypothèse, la diminution de l'absorption apparente des vapeurs de N^3H, réalisée avec le premier montage, proviendrait du fait que la lumière sortant de la cuve n'étant plus monochromatique, l'intensité mesurée par le compteur n'est plus caractéristique de la longueur d'onde excitatrice, mais de la somme de plusieurs bandes accompagnant la réémission. C'est ainsi que nous pouvons constater d'après les courbes de la figure 2 que la différence entre les deux modes d'opération est d'autant plus grande que la longueur d'onde est plus éloignée du maximum de sensibilité spectrale du compteur qui est situé entre 2250 et 2300 Å.

Cette manière d'opérer permet donc de mettre en évidence un phénomène d'émission de lumière ultraviolette extrêmement faible accompagnant la décomposition photochimique des vapeurs de N^3H. En plus, il a été possible d'établir, comme le laissaient prévoir les résultats antérieurs déjà cités, que cette réaction est accélérée par l'azote et l'hydrogène et diminuée par l'oxygène.

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Emploi de la pesée continue pour l'étude des relations de l'eau avec l'acide oxalique*. Note de M. **Marcel Guichard**, présentée par M. Paul Lebeau.

L'acide oxalique cristallise avec $2H^2O$ qu'il perd assez facilement; il peut renfermer de l'eau en excès, formant sur les cristaux une solution saturée; enfin, lorsqu'il est anhydre, il peut se décomposer à chaud en donnant de l'eau.

Le dosage de l'eau dans l'acide oxalique et l'obtention de ce corps dans un état absolument défini d'hydratation et d'humidité présentent des difficultés que nous n'avons pu résoudre que par l'emploi de la pesée continue telle que nous l'avons souvent préconisée ([1]), et qui consiste essentiellement à placer le four ou l'étuve sous la balance de façon à tracer par un très grand nombre de points la courbe des pertes de poids en fonction du temps, la substance étudiée restant en permanence suspendue au fléau de la balance par un long fil.

([1]) *Bull. Soc. Chim.*, 5, 1938, p. 675; *Ann. Chim.*, 9, 1938, p. 323.

Nous donnerons ici seulement quelques résultats : sur la figure 1 la droite A représente le départ de l'eau en excès sur l'acide oxalique hydraté; la droite B représente le départ des deux molécules d'eau combinées, l'expérience étant conduite à 22°, dans un courant d'air sec. L'intersection des deux droites A

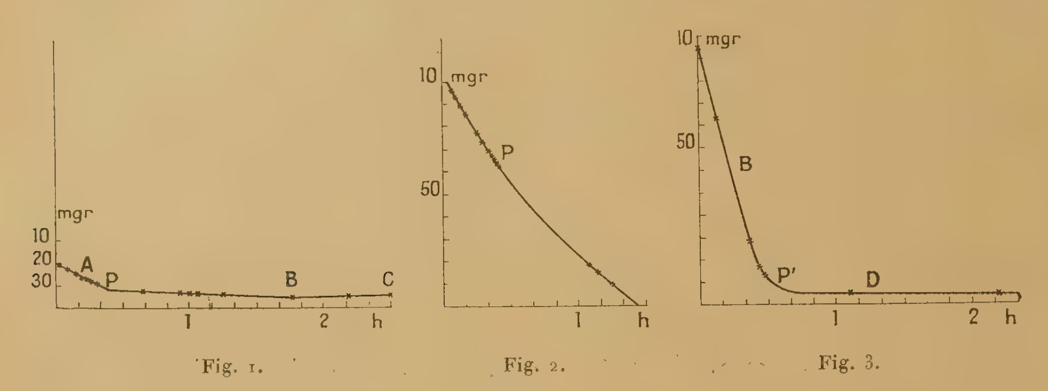


Fig. 1. Fig. 2. Fig. 3.

et B donne un point P qui correspond exactement à la teneur de $2 H^2O$. La détermination de ce point P donne donc le dosage de l'eau en excès et elle permet d'obtenir en toute rigueur de l'acide oxalique ayant exactement les deux molécules d'eau combinées.

Après une certaine déshydratation, suivant B, si l'on remplace l'air sec par un courant d'air humide, on peut retourner au point P, en suivant la droite ascendante C de réhydratation.

Ces conclusions ne sont plus valables si l'on opère à une température sensiblement plus élevée; à 75°, par exemple, la brisure du point P n'est pas marquée et l'on passe du départ de l'eau libre au départ de l'eau combinée, sans en être averti.

Enfin, si l'on arrive au voisinage de 100°, la disparition des $2 H^2O$ devenant totale suivant B, figure 3, on assiste au commencement de la décomposition de l'acide anhydre, suivant D (expérience à 104°). Dès que l'on a dépassé la région P′, l'acide est donc anhydre.

On hésite parfois à employer l'acide oxalique cristallisé pour préparer les liqueurs titrées acides ou réductrices, dans la crainte que cet acide ne contienne un peu plus ou un peu moins de $2 H^2O$.

Or, si l'on se sert de la pesée continue, il devient extrêmement simple de préparer un échantillon d'acide contenant exactement $2 H^2O$, puisqu'il suffit de tracer le diagramme de la figure 1 et d'arrêter la dessiccation ou la réhydratation exactement au point P. Dans ces conditions, l'acide oxalique peut donner toute sécurité pour la préparation de liqueurs titrées exactes.

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Dosage du silicium dans les produits sidérurgiques.* Note de M. **Arnold Lassieur**, présentée par M. Marcel Delépine.

Le silicium est dosé dans les produits sidérurgiques par attaque sulfonitrique suivie d'une évaporation jusqu'à production d'abondantes fumées sulfuriques. Le silicium est transformé soit en silice, soit en substances fournissant de la silice par calcination, qu'on isole, qu'on calcine et qu'on pèse. L'insolubilisation de la silice n'est pas rigoureuse. Une certaine quantité reste en solution, et il est nécessaire d'effectuer une nouvelle évaporation à sec des eaux de filtration pour la récupérer.

Une fonte soumise à l'analyse dans ces conditions a donné :

Silicium %...... 1re évaporation 2g,04 2e évaporation 0g,04 Total 2g,08

Émile Jaboulay, l'aciériste de Saint-Étienne, m'avait fait connaître, il y a quelques années, dans une communication non publiée, qu'à son avis, le déficit en silicium après la première évaporation est dû à une redissolution de la silice et non à une insolubilisation incomplète. Quand l'évaporation a été poursuivie à son terme, pour obtenir une dissolution dans l'eau du résidu, il faut additionner celui-ci d'acide chlorhydrique concentré, détruisant ainsi les sels basiques de fer insolubles. Ce serait dans cette action qu'une certaine quantité de silice se redissoudrait. Pour éviter cet inconvénient, Jaboulay conseille d'attaquer le métal par l'acide chlorhydrique et de filtrer avant toute évaporation. La plus grande partie du silicium est insolubilisée sous forme de leucones et échappe à une redissolution ultérieure. Une seule évaporation fournit alors un résultat correct.

J'ai montré (1) que, dans le cas des alliages d'aluminium, il est possible d'insolubiliser quantitativement la silice sans recourir à l'évaporation à sec. Le même résultat peut être obtenu avec les produits ferreux, sans plus de peine, mais en fixant plus rigoureusement les conditions de l'opération. L'attaque du métal, soit par l'acide nitrique, soit par l'acide chlorhydrique, soit par le mélange des deux, n'amène qu'une insolubilisation partielle de la silice, atteignant péniblement la moitié de la quantité totale que doit fournir la prise d'essai. Il est indispensable d'avoir recours au mélange des acides sulfurique et nitrique. L'attaque étant complète, il faut réaliser une concentration en acide sulfurique de 50 % en volume pour amener la totalité du silicium sous une forme insoluble. Cette condition, suffisante dans le cas des alliages d'aluminium, ne l'est plus avec les produits sidérurgiques. La floculation complète du précipité siliceux exige une durée d'au moins deux heures. On réalise alors une insolubilisation presque rigoureuse.

---

(1) *Comptes rendus*, **214**, 1942, p. 80.

Le mode opératoire arrêté est le suivant : Dans un bécher de 400^{cm^3}, on place 3^g de l'échantillon finement divisé. On ajoute successivement 20^{cm^3} d'acide nitrique $d = 1,33$ et 40^{cm^3} d'acide sulfurique à 50 % en volume. L'attaque est assez vive. On l'achève par chauffage. Le bécher est ensuite plongé dans un bain-marie bouillant où il est abandonné durant deux heures. Ce temps permet la floculation du précipité et la réduction du volume nécessaire. On reprend par 200^{cm^3} d'eau chaude. On filtre le liquide qui traverse le filtre à bonne vitesse, on lave et calcine humide le précipité qui est enfin pesé. La pureté de la silice est vérifiée par volatilisation au moyen d'acide fluorhydrique, comme à l'ordinaire. Certains aciers résistent à l'attaque sulfonitrique : aciers inoxydables, aciers au tungstène. Dans ce cas l'attaque est obtenue en ajoutant 20^{cm^3} d'acide chlorhydrique $d = 1,19$.

Cette méthode a été appliquée aux produits préparés par la Société des Échantillons-types pour analyses. En vue d'apprécier son degré d'exactitude, dans chaque dosage, les eaux mères, séparées de la silice, ont été évaporées à production de fumées blanches. Par le traitement ordinaire, on a récupéré une certaine quantité de silice ayant échappé au dosage. Le tableau ci-dessous fait connaître les résultats obtenus :

Échantillon.	Silicium dosé.	Silicium ayant échappé au dosage.	Total.	Valeur d'étalonnage.
	%	%	%	%
Acier n° 0	0,42	0,02	0,44	0,40
» à 0,05 % C n° 1	0,0028	0,012	0,014	0,009
» à 0,15 % C n° 2	0,085	0,001	0,086	0,084
» eutectoïde n° 4	0,22	0,01	0,23	0,21
» au chrome n° 6	0,30	0,01	0,31	0,28
Fonte hématite n° 7	2,14	0,02	2,16	2,11
Acier chrome-nickel n° 8	0,23	0,01	0,24	0,21
» au cobalt n° 15	0,15	0,01	0,16	0,16
» » n° 16	0,22	0,01	0,23	0,19
» inoxydable n° 17	0,39	0,01	0,40	0,37

Les nombres portés dans la colonne *Valeur d'étalonnage* sont ceux figurant sur les certificats accompagnant les échantillons-types. Jusqu'à preuve du contraire, ils représentent la vérité.

Dans l'ensemble, les résultats sont excellents et supérieurs à ceux que fournit par la méthode habituelle. Dès la première opération, les teneurs en silicium trouvées sont presque toujours supérieures aux valeurs d'étalonnage. Celles-ci paraissent donc devoir être revisées. L'évaporation des eaux mères ne permet qu'une récupération insignifiante, négligeable même pour une analyse précise. Dans un seul cas, la méthode est en défaut, celui des très basses teneurs en silicium, 0,01 environ. Il est alors indispensable de procéder à une évaporation selon la technique habituelle.

Le succès obtenu en suivant ce mode opératoire porte à croire exacte l'observation de Jaboulay, d'après laquelle les résultats déficitaires obtenus ordinairement tiennent, non pas à une insolubilisation incomplète, mais à la redissolution d'un peu de silice sous l'effet de l'acide chlorhydrique concentré employé pour favoriser la redissolution du résidu de l'évaporation. Ici cette action est évitée et des résultats corrects sont obtenus d'emblée.

ANATOMIE VÉGÉTALE. — *Les faisceaux de la plantule de* Mercurialis annua *comparés à ceux des plantules de Gymnospermes*. Note de M. **Édouard Boureau**, présentée par M. Louis Blaringhem.

On sait que l'appareil conducteur des jeunes plantules de Gymnospermes (*Libocedrus*, *Thuya*, *Pinus* etc.) présente un aspect très particulier vers le milieu ou la base de l'hypocotyle. Jusqu'à ce niveau ([1]), l'accélération basifuge se manifeste par une différenciation intense des éléments du xylème avec des résorptions relativement peu marquées. Au-dessus, la disparition par résorption des vaisseaux primitifs est très nette et la portion lignifiée du cylindre central est beaucoup moins étendue ([2]). Cette région bien particulière, où le développement du tissu lignifié est maximum, est carcatérisée extérieurement par un renflement très net de l'hypocotyle ([3]).

Dans une plantule assez âgée de Mercuriale, ([4]), à un tel niveau, on voit coexister dans les deux convergents, des éléments centripètes en voie de résorption qui prolongent ceux de la racine (Xa), des éléments intermédiaires (Xi) et des vaisseaux de xylène superposés répartis en quatre faisceaux (Xs + 1). De nouveaux éléments centrifuges apparaissent ensuite, allant de l'un à l'autre des quatre faisceaux, dans le même convergent (Xs + 2) et de convergent à convergent (Xs3). *Les deux faisceaux annulaires ainsi formés sont des faisceaux pseudoexcentriques* (Xa + Xi + Xs + 1 + Xs + 2) tout à fait comparables à ceux que nons avons déjà décrits chez le *Libocedrus*. A un niveau plus élevé dans les convergents, la forme pseudoexentrique disparaît, et l'on observe en coupe transversale quatre faisceaux libéro-ligneux distincts (Xs + 1) qui pénètrent par deux dans chacun des deux cotylédons. Les éléments centrifuges (Xs + 2) qui contribuent à donner aux deux faisceaux leur forme tubulaire n'existant pas à un niveau plus élevé, il en résulte que quatre faisceaux libéro-ligneux du cylindre central sont isolés (Xs + 1) au moment où ils pénètrent dans les cotylédons ([5]). Dans la Mercuriale, la forme pseudoexcentrique complète est de très courte durée, et la structure figurée ci-après représente une phase bien particulière de l'évolution de son appareil conducteur. *Pour la mettre en évidence, il faut rechercher* avec précision le *niveau* à observer et *l'âge* de la plantule. *On ne saurait voir, d'autre part, dans ce faisceau pseudoexcentrique de la Mercuriale, un rappel de la structure* rhyniale. Son processus de différenciation

---

([1]) Éd. Boureau, *Ann. Sc. Nat.*, 2e série, 1939, 1, *fig.* 38, pp. 73-94.

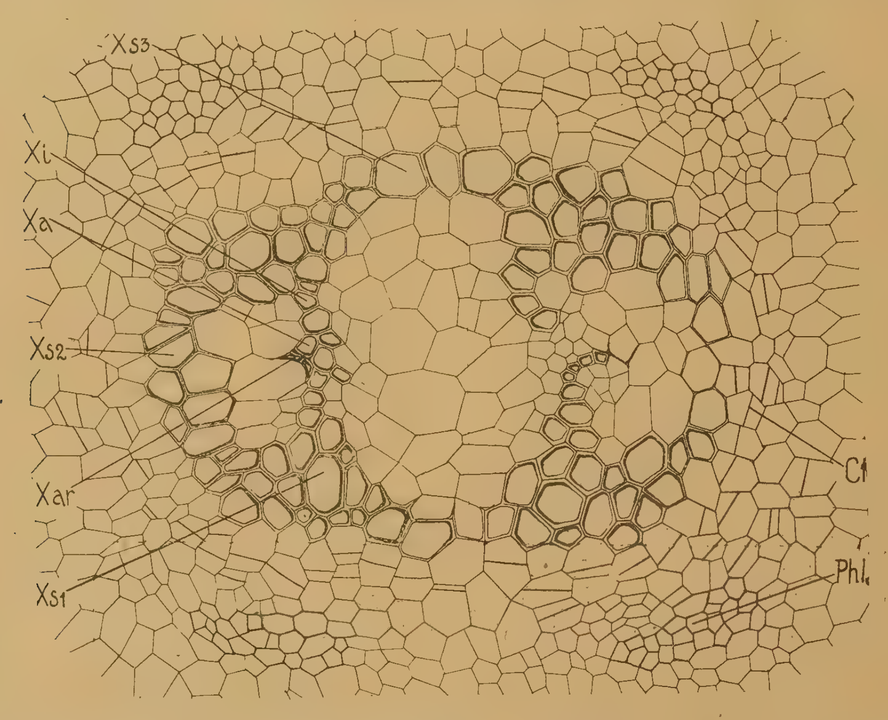
([2]) *Loc. cit.*, *fig.* 39, pp. 40, 41, 74.

([3]) *Loc. cit.*, *fig.* 35.

([4]) Cette espèce a déjà été l'objet d'études nombreuses et détaillées de la part de MM. Becquerel, Bouvrain, Bugnon, Chauveaud etc.

([5]) Ils font suite dans le cotylédon même de cette plantule déjà âgée à des vaisseaux alternes disparus (G. Chauveaud).

s'y oppose. Il est comparable à celui de la plantule des Gymnospermes et il appartient au deuxième cycle de l'évolution vasculaire. En effet, nous avons montré que, dans le faisceau pseudoexcentrique de l'hypocotyle du *Libocedrus decurrens*, les faisceaux alternes primitifs plus ou moins résorbés sont diamétralement opposés aux faisceaux superposés les plus récents et séparés d'eux par une plage de parenchyme assez étendue (⁶). Dans d'autres plantules, comme par exemple celles de *Cupressus sempervirens*, la plage parenchymateuse est plus réduite et occupe une surface sensiblement égale à la section transversale de



Mercurialis annua. — Portion de la coupe transversale de l'hypocotyle. Xar. : xylème alterne en voie de disparition. — Xa. : xylème alterne. — Xi. : xylème intermédiaire. — Xs1., Xs2., Xs3. : xylème superposé. — Phl. : phloème. — Cl. : cloisonnements secondaires.

deux des vaisseaux du xylène voisin (⁷). Dans ces espèces les vaisseaux centrifuges les plus récents se différencient à l'*emplacement même* des vaisseaux les plus primitifs, peu de temps après leur disparition par résorption. Il arrive même que le vaisseau centripète résorbé se trouve remplacé par une file de cellules parenchymateuses transformée peu après en un vaisseau centrifuge. Dans les espèces encore plus évoluées, on peut observer *de tels vaisseaux*, *contigus, mais appartenant à des phases différentes de l'évolution vasculaire*. Une telle contiguïté d'éléments d'origine distincte est d'ailleurs très fréquente.

(⁶) *Loc. cit., fig.* 40.
(⁷) *Loc. cit., fig.* 98.

C'est ainsi que dans *Pinus pinea* ([8]), en examinant une coupe transversale de l'hypocotyle, on passe d'un vaisseau alterne bien différencié à un vaisseau alterne plus primitif en voie de résorption et, de ce dernier, à un vaisseau superposé indirect centrifuge très évolué.

Cette observation a une importance capitale, car elle s'applique également à l'interprétation du système vasculaire des Dicotylédones. Mais elle n'intéresse que la structure de plantules déjà évoluées. Elle peut avoir une certaine conséquence dans l'interprétation de la phylogénie des plantes vasculaires.

GÉNÉTIQUE. — *Sur l'obtention de mutations géantes chez diverses espèces végétales après traitement à la colchicine.* Note de MM. **Marc Simonet** et **Robert Chopinet**, présentée par M. Louis Blaringhem.

Poursuivant nos travaux sur le gigantisme expérimental chez les végétaux, provoqué après application de colchicine, nous avons obtenu, au cours de l'année 1941 et du printemps 1942, un certain nombre de variations tétraploïdes. Le choix de notre matériel, cultivé au jardin Thuret, a porté sur des espèces intéressantes à des titres divers, d'une part, des légumes, Choux de Bruxelles, Choux-fleurs, Choux-raves, Choux de Milan (*Brassica oleracea* L. var. *gemmifera* D. C.; var. *Botrytis* L.; var. *gongyloïdes* L. et var. *Sabauda* L., Tomates (*Lycopersicum esculentum* Mill.); d'autre part, des plantes ornementales par leurs fleurs, *Iberis gibraltarica* L., *Linum perenne* L. (var. *austriacum* Schiede), *Lobelia syphilitica* L. et *Nierembergia frutescens* Dur.

Les plantes ont été traitées de la manière habituelle, déjà décrite ([1]); en remplaçant toutefois la gelée tiède d'agar-agar par une solution sirupeuse de méthylcellulose à 2 % ([2]); ce qui est une simplification de la technique précédemment préconisée : la dissolution s'obtient directement, en faisant tremper, quelques heures à l'avance, le produit dans la solution de colchicine titrée: en outre, elle permet de badigeonner à froid les jeunes plantules à traiter.

La recherche des variations polyploïdes a été faite par l'étude microscopique du pollen, en notant que chez les mutants tétraploïdes, par exemple, les grains sont plus gros, doubles en volume de ceux des plantes témoins diploïdes non traitées.

Le contrôle caryologique qui a suivi permit de vérifier ce premier examen; dans chaque lot, sur cent plantes traitées, la polyploïdie a été observée dans les proportions suivantes : 2 Choux de Bruxelles (Demi-nain de la Halle), 2 Choux de Milan (Très hâtif, de la Saint-Jean), 3 Choux-fleurs (Géant de

---

([8]) *Loc. cit., fig.* 76.

([1]) *Comptes rendus*, 211, 1940, p. 18-20.

([2]) Concentration suffisante pour obtenir une évaporation très lente de la préparation et, par suite, un contact plus prolongé du principe actif.

Naples, hâtif, à pied court), 10 Choux-raves (blanc, hâtif, de Vienne), 8 Iberis, 2 Lins, 24 *Lobelia*, 28 *Nierembergia*, 7 Tomates Antiboise et 14 Tomates Joffre.

Tous les mutants notés sont tétraploïdes avec les formules chromosomiques ci-après : $n=18$ *Brassica oleracea* L. var. *Sabauda* L., var. *gemmifera* D. C., var. *Botrytis* L. et var. *gongyloïdes* L. ; $n=14$ *Iberis gibraltarica* L. ([3]); $n=14$ *Linum* (var. *austriacum* Schiepe) L. ; $n=14$ *Lobelia syphilitica* L. ; $n=24$ *Lycopersicum esculentum* Mill. et $n=12$ *Nierembergia frutescens* Dur., alors que les types dont ils sont issus ont respectivement $n=9$, $n=7$, $n=9$, $n=7$, $n=12$ et $n=9$.

Les observations actuelles confirment nos études précédentes, en ce sens que chez tous ces autopolyploïdes, il existe, à la métaphase hétérotypique, parmi les gémini, quelques éléments uni-, tri- et tétravalents; aussi l'anaphase hétérotypique présente-t-elle parfois des anomalies dans la disjonction des chromosomes (éléments retardataires ou univalents se divisant une première fois comme chez les *Brassica*). Il en résulte que, à la division homéotypique qui suit, on note souvent une répartition irrégulière des chromosomes, laquelle aboutit bien à la formation de deux plaques équatoriales, mais celles-ci contiennent assez fréquemment des nombres inégaux de chromosomes et même quelques éléments surnuméraires (*Brassica*). En outre les tétrades formées présentent des anomalies et le pollen ne contient plus que 75 à 80 % de grains bien conformés; ces variations tétraploïdes ne sont donc que partiellement fertiles.

Le gigantisme des mutants est parfois difficilement appréciable dès la première année, surtout en culture en pot; cependant, toutes les parties florales et les graines de ces nouveaux tétraploïdes sont régulièrement plus grandes que celles des plantes témoins.

Signalons que nous avons également isolé des variations à grains de pollen géants chez un certain nombre de plantes traitées préalablement à la colchicine ([4]), *Agathea cælestis* Cass.; *Chrysanthemum frutescens* L. (= *Anthemis frutescens* Hort.); (*b*) *Calendula suffruticosa* Vahl.; *Pentstemon Hartwegii* Benth. var. *grandiflorus* Hort.; (*b*) *Linum narbonense* L., (*b*) *Medicago sativa* L. (Luzerne de Provence); (*b*) *Onobrychis sativa* Lam.; (*d*) *Rosa polyantha* Sieb. et Zucc. var. *Holstein* Hort.; (*c*) *Salvia sclarea* L.; (*a*) *Sinapis alba* L. et *Tetragonia expensa* Murr.

Le contrôle caryologique de toutes ces mutations n'a pu encore être matériellement effectué, mais, les caractéristiques des pollens étant exactement semblables à celles des variations tétraploïdes, il y a tout lieu de considérer que leur formule chromosomique a été modifiée dans le même sens.

Outre la valeur pratique que pourront présenter ces vingt nouvelles varia-

---

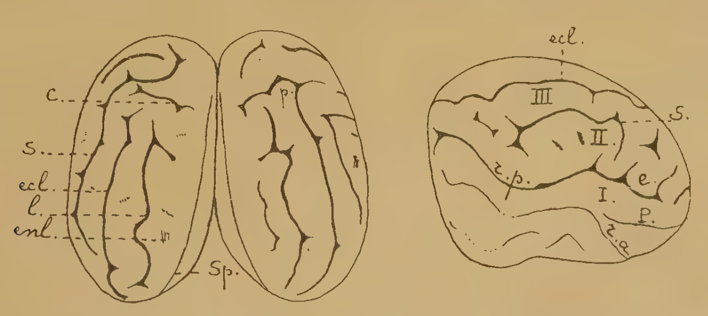
([3]) En collaboration avec M. A. Fardy.

([4]) Avec la collaboration de Mlle G. Luzzatto (*a*), de MM. L. Blondel (*b*), J. Boucher (*c*) et L. Tranchet (*d*).

tions tétraploïdes, il résulte de nos recherches que l'action de la colchicine ne semble pas limitative chez les plantes dicotylédones qui, comme dans le cas présent, appartiennent à dix familles très diverses. Seule l'activité de la colchicine peut montrer des variations notables suivant le degré de sensibilité des espèces étudiées, mais pratiquement, en ce qui concerne l'obtention de plantes polyploïdes, ce n'est souvent qu'une simple question de technique, les différences observées dépendant, dans la plupart des cas, de la concentration de la solution à employer, du nombre de traitements à effectuer et du pourcentage des mutants réalisés. C'est ainsi que, chez les Rosacées, pour les Roses nous n'avons obtenu que 1 % de mutants après trois ou quatre traitements avec une solution à 2 % de colchicine, tandis que, chez les Crucifères, pour le Colza nous avons trouvé jusqu'à 30 % de mutants après un ou deux traitements avec une solution titrée seulement à 1 %. Ainsi la colchicine apparaît être de plus en plus un agent pratiquement fidèle pour provoquer la polyploïdie expérimentale.

ANATOMIE COMPARÉE. — *Le télencéphale du Tapir; son interprétation par l'étude d'un stade embryonnaire.* Note de Mlle **Madeleine Friant**, présentée par M. Charles Pérez.

Le cerveau du Tapir n'a fait l'objet que d'observations sommaires, déjà anciennes (J. Krueg, 1878; M. Holl, 1900; G. Elliot Smith, 1902); il est très difficile à interpréter. L'étude de plusieurs cerveaux adultes, éclairée par



Télencéphale de *Tapirus americanus* Briss. fœtus (longueur du fœtus, de l'extrémité du proboscis à l'origine de la queue, en passant par la courbure dorsale, 370^mm). Coll. Anat. comp. Muséum. *A gauche*, face supérieure; *à droite*, face latérale droite. Les bulbes olfactifs n'ont pas été représentés. — *r. a.*, scissure rhinale antérieure; *r. p.*, scissure rhinale postérieure; *e*, *ectosylvia*; P, *præsylvia*; S, *suprasylvia*; *l*, latéral; *enl*, entolatéral; *ecl*, ectolatéral; *c*, coronal; S*p*, splénial (sillon de la face mésiale visible, ici, par suite de l'écartement exagéré des hémisphères). I, *gyrus arcuatus* I; II, *gyrus arcuatus* II; III, *gyrus arcuatus* III; *p*, pli de passage profond. A ce stade de développement, il existe déjà une légère operculisation, à la fois néopalléale et rhinencéphalique, mais beaucoup moins profonde que chez l'adulte. — Grandeur naturelle.

celle d'un stade de l'évolution ontogénique, m'a permis d'établir que le télencéphale de cet Ongulé périssodactyle, archaïque à beaucoup d'égards, est marqué par les caractères fondamentaux suivants :

1° Sa grande hauteur relativement à sa longueur, exception remarquable parmi les Ongulés, dont le télencéphale est, en général, allongé.

2° Le grand développement du rhinencéphale qui dépasse, de beaucoup, celui qu'on observe chez les Équidés et les Ongulés artiodactyles où, cependant, il atteint une importance considérable. Ce caractère est directement en rapport avec le grand développement de l'olfaction; chez le fœtus étudié, il est encore plus manifeste que chez l'adulte, le rhinencéphale étant à peu près visible en totalité, alors qu'il s'operculise dans la suite du développement.

3° Au niveau du neopallium, la position du *sulcus lateralis* était restée, jusqu'ici, imprécise. L'examen du fœtus m'a permis de fixer sa position et de constater une largeur exceptionnelle au *gyrus arcuatus* III, celui-ci étant subdivisé en deux étages par un ectolatéral ramifié. Chez l'Hippopotame au contraire, parmi les Artiodactyles, c'est, comme je l'ai montré (1937), le *gyrus arcuatus* II qui prend un grand développement.

4° Une operculisation marquée portant, à la fois, sur le neopallium (*gyrus arcuatus* I) et sur le rhinencéphale (lobe piriforme). Ce processus est, d'ailleurs, la règle chez les Périssodactyles et chez les Cétacés, qui dérivent de ces derniers. Chez les autres Mammifères, s'il y a une operculisation cérébrale, elle est, au contraire, à quelques rares exceptions près (Girafe), uniquement néopalléale.

En résumé, par son mode d'operculisation et le grand développement du *gyrus arcuatus* III, le télencéphale du Tapir est typiquement celui d'un Ongulé périssodactyle. Il se différencie toutefois du télencéphale des Équidés, seul bien connu jusqu'ici (R. Anthony et J. de Grzybowski, 1931) par sa grande hauteur, l'extension plus considérable du rhinencéphale, la présence d'un coronal très net et l'absence de crucial. Chez le Cheval, au contraire, on constate un crucial développé et un coronal réduit.

GÉNÉTIQUE PHYSIOLOGIQUE. — *Développement de la taille de l'œil chez le mutant* Bar *de la Drosophile : développement larvaire du disque imaginal.* Note de M. **Simon Chevais** et Mlle **Madeleine Lecordier**, présentée par M. Maurice Caullery.

De l'ensemble des travaux traitant du développement larvaire du disque imaginal de l'œil de *Drosophila melanogaster*, il ressort que l'on sait que la constitution génétique peut influencer la taille et la croissance de ce disque, en réduisant sa taille, par exemple (comme dans le cas du mutant *Bar*), mais que sa structure histologique est encore incertaine (¹). Nous avons repris cette étude chez le type sauvage et le mutant *Bar*; il nous intéressait de savoir quel

(¹) Bibliographie dans A. G. Steinberg, *Genetics*, **26**, 1941, pp. 325-346.

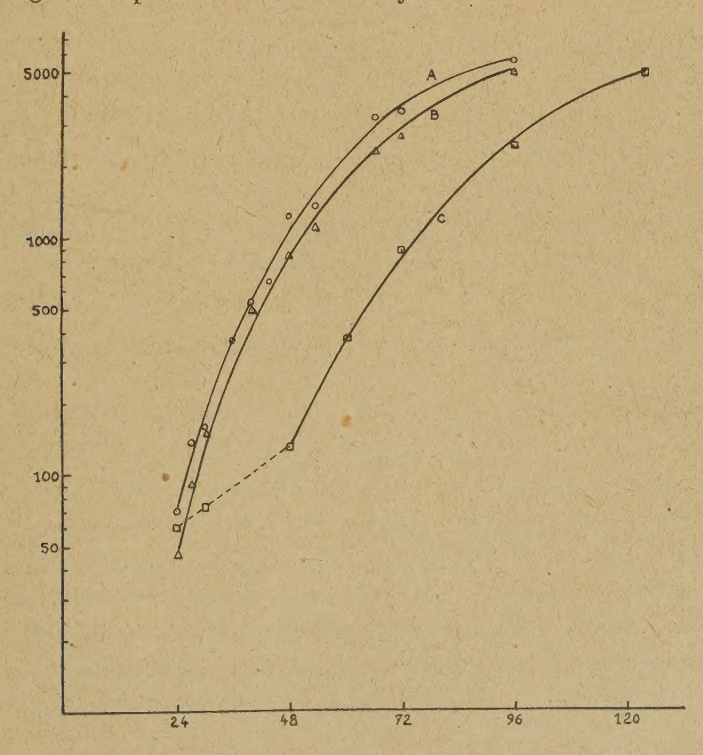
en était le comportement exact au cours de la vie larvaire, et s'il s'y trouvait des périodes spécialisées pour la croissance du nombre des cellules. Nous voulions voir aussi si l'effet de l'extrait de *Calliphora* sur le nombre des ommatidies de l'œil ([2]) se traduit par une modification du disque larvaire.

Les techniques d'élevage, de mesure des surfaces, de fixation et de coloration seront décrites ailleurs. Les temps sont notés depuis l'éclosion des larves (pupaison à 96 heures). La température était de 25°.

Surface des disques.

	♂♂ *Bar.*			♂♂ sauvage.			
Milieu.	*n.*	Nombre d'ommatidies.	Surface des disques.	*n.*	Nombre d'ommatidies.	Surface des disques.	Rapport sauvage sur *Bar.*
Témoins.....	21	79,6	159	18	653,0	245	1,54
Extrait 10 %.	25	278,9	170	26	675,1	264	1,55
» 15 %.	16	385,6	169	26	667,4	226	1,34

On voit, d'une part, que la surface des disques sauvages est plus grande que celle des disques *Bar*; d'autre part, que, ni les uns ni les autres ne sont affectés par l'adjonction de l'extrait au milieu, alors que le nombre d'ommatidies est fortement augmenté par celle-ci dans les yeux *Bar*.



Histologie des disques imaginaux. — La courbe ci-dessus donne le nombre de cellules des disques (sexes mélangés), en fonction de l'âge des larves sauvages, *Bar* témoins et *Bar* traités par l'extrait (voir *fig.*). Ce nombre comprend

l'ensemble des disques oculaire et antennaire, la plupart du temps non délimitables sur les coupes. On voit que, à part un retard dans le développement, chez les *Bar* traités, déjà constaté ([2]), les trois courbes sont parallèles. Les deux séries *Bar* ont, retard mis à part, le même nombre de cellules, inférieur au moment de la pupaison, à celui des disques sauvages de 600 unités environ. D'autre part, à aucun moment, il n'a été possible de distinguer, dans l'arrangement des cellules, une disposition caractéristique des futures ommatidies. Les disques sont identiques, comme structure, à ceux des pattes ou des ailes.

Il apparaît donc que la surface des disques est sous la dépendance de la constitution génétique des mouches, que des surfaces ou des nombres de cellules égaux peuvent correspondre à des nombres d'ommatidies différents, et que la différenciation des cellules en ommatidies ne se fait qu'au cours de la vie pupale.

MICROBIOLOGIE. — *Remarques sur l'influence de l'oxygène dans la fermentation du jus de choucroute.* Note ([1]) de MM. **Auguste Sartory**, **Benoit Wurtz** et **Fawzi Hanna Moussa**.

Les problèmes de la microbiologie englobent un domaine particulièrement étendu qu'il est possible d'explorer sous les angles les plus variés. C'est dans un but essentiellement pratique que nous avons entrepris de suivre les phénomènes biochimiques qui se déroulent dans la fabrication et plus particulièrement dans le vieillissement de la choucroute.

Il n'est pas sans intérêt en effet, en considération des difficultés de ravitaillement, de chercher à obtenir le meilleur rendement des aliments qui nous sont offerts. Or parmi ceux-ci, l'usage de la choucroute s'est assez considérablement généralisé pour que l'on s'arrête quelque peu à étudier sa valeur nutritive.

La choucroute résulte de l'action d'un certain nombre de microorganismes sur la cellulose du chou. Celle-ci se décompose en donnant naissance à une série d'intermédiaires dont les plus importants sont des hexoses (glucose et lévulose) et de l'acide lactique. L'ensemble des opérations caractérise la fermentation lactique. C'est l'évolution de ces composés, au fur et à mesure que la fermentation se poursuit, qui fait l'objet de cette étude. La détermination de leur taux, dans la macération de choucroute, dans laquelle ils passent en solution, nous renseigne sur la succession des opérations. En effet l'acide lactique tire son origine d'un hexose, qui lui-même ne peut provenir que d'une

(2) S. Chevais, *Bull. Biol.*, 76, 1942, pp. 142-158.

(1) Séance du 8 juin 1942.

seule source carbonée initiale, la cellulose du chou. Or, comparant la valeur nutritive de ces trois composés, il est évident que le plus profitable à l'organisme humain est le glucide immédiatement assimilable, qui résulte de la décomposition de la molécule complexe de cellulose. Celle-ci, bien que possédant une certaine valeur alimentaire ne saurait être absorbée telle quelle et doit subir au préalable une décomposition qui ne va pas sans déchet.

Quant à l'acide lactique, il représente déjà un terme de dégradation de l'hexose, et sa valeur alimentaire ne saurait être mise en parallèle avec celle de son générateur.

Il était donc indiqué de rechercher les conditions dans lesquelles se forment les hexoses et surtout de suivre la variation de leur taux au cours de la fermentation. Voici ce que nous avons constaté. Nous récoltons stérilement le jus d'une choucroute mise en fermentation depuis trois mois, et journellement nous dosons les sucres réducteurs se trouvant dans la solution. Précisons que celle-ci renferme encore des débris importants de cellulose. Une portion du même jus est conservée dans un ballon auquel nous ne touchons pas et qui servira de témoin. Le taux initial en sucres réducteurs de 25^{g} par litre passe, après un jour, à 28; après un deuxième jour à 28,7 et atteint un maximum de 29,4 ‰ au bout de 12 jours. Puis il décroît assez rapidement pour tomber à zéro après 20 jours. Or, constatation essentielle, le taux de sucre du ballon témoin n'a pas varié au cours de ce temps, il est resté égal à 25 ‰. En répétant cette expérience avec un échantillon âgé de six mois, puis un autre de sept mois, nous refaisons les mêmes observations : alors que les sucres réducteurs du ballon soumis à l'analyse quotidienne augmentent, passent par un maximum et tendent vers zéro au bout d'un laps de temps relativement court, ceux des ballons témoins ne subissent pratiquement aucune variation. Voici l'hypothèse que nous proposons pour expliquer cette différence de comportement. Les jus sur lesquels se font les prélèvements quotidiens sont soumis à une aération à laquelle les ballons témoins échappent. L'introduction d'oxygène favorise le développement de certains microorganismes qui attaqueraient très activement les débris de cellulose subsistant encore et ceci, fait important dans les conditions spéciales de pH où se trouve la macération déjà âgée. En effet, à côté du sucre elle renferme une quantité notable d'acide lactique dont l'évolution est parallèle à celle des sucres, ainsi que nous l'ont montré les courbes établies pour la variation du taux de ces deux constituants. Mais, en même temps que les organismes s'attaquant à la cellulose se développent toujours, grâce à la présence suffisante d'oxygéne, ceux qui vivent aux dépens du sucre et qui sont responsables de la production d'acide lactique, *Bacillus acidi lactici* et Colibacille entre autres. Sous l'influence de ces agents, à un moment donné, la production de sucre est compensée par sa décomposition en acide lactique, puis celle-ci l'emporte et la chute du taux de sucre s'amorce pour tomber à zéro, lorsque toute réserve de cellulose est épuisée.

L'influence de l'oxygène sur les conditions d'existence de certains microorganismes se répercute ainsi dans la nature des produits élaborés au cours de la fermentation. Ce fait n'a rien d'étonnant et se trouve confirmé par l'observation suivante. Une macération âgée de trois mois, recueillie stérilement, est abandonnée dans un ballon hermétiquement bouché. Il se forme un voile à la surface du liquide. Examiné au microscope au bout de deux mois environ, il se montre constitué par des levures, mais présente en plus une particularité remarquable : sur les bords du récipient, il englobe des cristaux orthorhombiques agglomérés radiés, présentant tous les caractères microscopiques des cristaux de mannitol. L'explication que l'on peut imaginer fait appel au même facteur que précédemment : en l'absence d'oxygène se développe le ferment mannitique, qui s'attaque au glucose (ainsi que l'ont montré Gayon et Dubourg) pour le transformer en mannitol.

Le rôle de l'oxygène paraît donc primordial dans le vieillissement du produit de fermentation et, au point de vue pratique, il appelle les conclusions suivantes. Pour obtenir le meilleur rendement alimentaire de la choucroute, il importe de consommer celle-ci lorsqu'elle renferme un taux de sucre maximum. Cette valeur est atteinte en moyenne après une douzaine de jours, lorsque le produit est soumis à une aération suffisante pour permettre le développement des microorganismes s'attaquant activement à la cellulose. Ce temps est valable pour le produit commercial courant, prêt à être consommé. Il importe de ne pas le dépasser, car le taux de sucre baisse très rapidement après avoir atteint son maximum. Enfin, en raison de la teneur assez importante du jus de choucroute en sucres, les consommateurs ont tout intérêt à ne pas le jeter, contrairement à la pratique courante.

A 16^{h}5^{m} l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16^{h}45^{m}.

A. Lx.

ERRATA.

(Séance du 30 mars 1942.)

Note de MM. *André Chrétien* et *Yves Longi*, Sur la réduction de l'azotate de sodium par le calcium :

Page 669, ligne 8 en descendant, *au lieu de* (1), *lire* (2) et ajouter en bas de page, (2) *Ann. de Chimie*, 11e série, 8, 1937, pp. 56 à 88.